

Signe du trinôme

Soit le trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$,

et son discriminant. $\Delta = b^2 - 4ac$

On obtient le **signe de $f(x)$** à l'aide de la factorisation ou si Δ est négatif, à l'aide de la forme canonique :

si $\Delta > 0$	<p>$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ d'après les résultats concernant le signe d'un produit de fonctions affines :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">x_1</td> <td style="text-align: center;">x_2</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(x)$</td> <td style="text-align: center;">signe de a</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">signe de $-a$</td> <td style="text-align: center;">signe de a</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	$f(x)$	signe de a	0	signe de $-a$	signe de a
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$							
$f(x)$	signe de a	0	signe de $-a$	signe de a							
si $\Delta = 0$	<p>$f(x) = a(x - x_0)^2$ alors (comme l'intérieur de la parenthèse est positif ou nul) :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">x_0</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(x)$</td> <td style="text-align: center;">signe de a</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">signe de a</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	x_0	$+\infty$	$f(x)$	signe de a	0	signe de a		
x	$-\infty$	x_0	$+\infty$								
$f(x)$	signe de a	0	signe de a								
si $\Delta < 0$	<p>$f(x)$ n'est pas factorisable dans \mathbb{R} et $f(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$ alors (comme l'intérieur du crochet est positif) :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(x)$</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">signe de a</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	$+\infty$	$f(x)$	signe de a					
x	$-\infty$	$+\infty$									
$f(x)$	signe de a										

Exemples :

Etudier le signe des trinômes suivants :

$$f(x) = -x^2 + x + 2 ; \quad g(x) = 4x^2 + 4x + 1 ; \quad h(x) = -3x^2 + x - 35 .$$

Réponses :

Pour f :

$$\Delta = 9,$$

le polynôme admet 2 racines -1 et 2 et on a : $f(x) = -(x + 1)(x - 2)$

donc on a $f(x) < 0$ sur $] -\infty ; -1 [\cup] 2 ; +\infty [$ et $f(x) > 0$ sur $] -1 ; 2 [$

Pour g :

$$\Delta = 0$$

le polynôme admet 1 racine $-\frac{1}{2}$ et on a $g(x) = 4 \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

donc $g(x) > 0$ sur $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

Pour h :

$$\Delta = -419$$

le polynôme n'admet aucune racine

donc $h(x) < 0$ sur \mathbb{P}