

Équation du second degré - Discriminant

I) Discriminant

Le réel $b^2 - 4ac$ se note Δ et s'appelle le discriminant du trinôme : $ax^2 + bx + c$.

Exemples :

- Calculer le discriminant de $3x^2 - 5x + 1$:

Réponse : $\Delta = (-5)^2 - 4 \times (3) \times (1)$

$$\Delta = 13$$

- Calculer le discriminant de $x^2 - 3x + \frac{3}{2}$:

Réponse : $\Delta = (-3)^2 - 4 \times (1) \times \left(\frac{3}{2}\right)$

$$\Delta = 3$$

- Calculer le discriminant de $\frac{1}{2}x^2 + x + 5$:

Réponse : $\Delta = 1^2 - 4 \times (5) \times \left(\frac{1}{2}\right)$

$$\Delta = -9$$

- Calculer le discriminant de $x^2 + 10x + 25$:

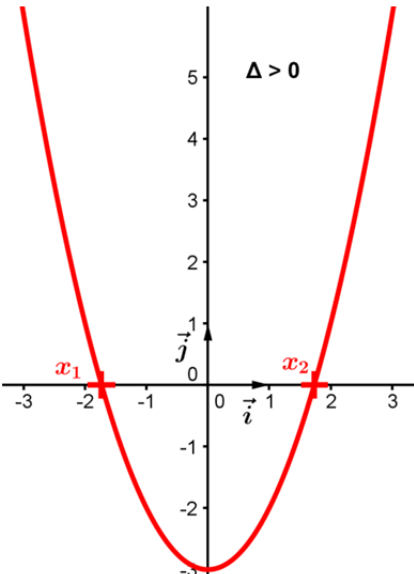
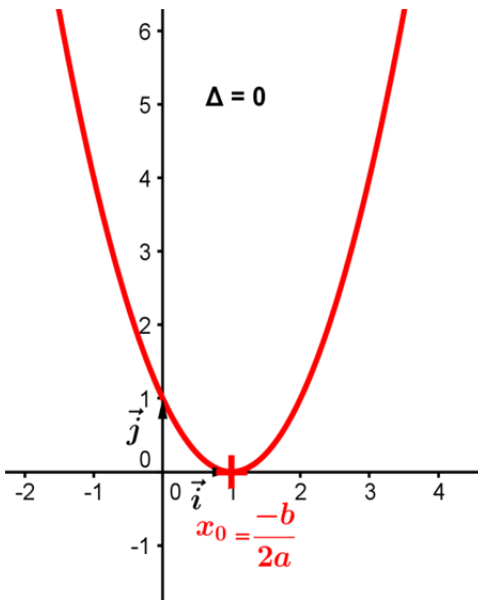
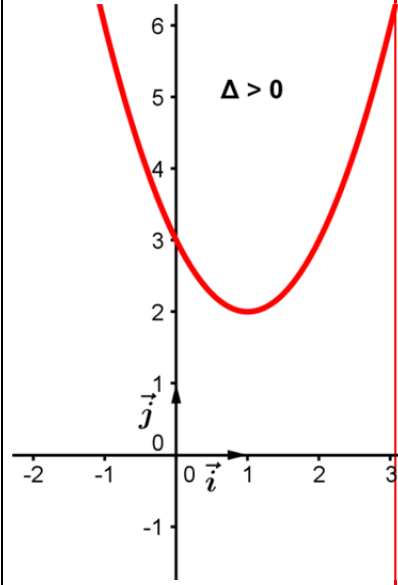
Réponse : $\Delta = 10^2 - 4 \times (1) \times 25$

$$\Delta = 0$$

II) Equation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$.

Soit $ax^2 + bx + c$ un polynôme du second degré ($a \neq 0$) et $\Delta = b^2 - 4ac$ son discriminant.

L'existence de solutions pour l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ du polynôme dépend du signe de Δ .

Si $\Delta > 0$	Si $\Delta = 0$	Si $\Delta < 0$
<p>l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions distinctes dans \mathbf{R} :</p> $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ <p>et</p> $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	<p>l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet une solution unique dans \mathbf{R} :</p> $x_0 = \frac{-b}{2a}$	<p>l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet pas de solution dans \mathbf{R}</p>
		

Remarques :

On appelle **racine** du polynôme $ax^2 + bx + c$ **toute solution** de l'équation :

$$ax^2 + bx + c = 0 .$$

Exemples :

Résoudre les équations suivantes :

a) $x^2 - x - 6 = 0$

b) $5x^2 - 40x + 35 = 0$

c) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

d) $x^2 - x + 1 = 0$

Réponses :

a) $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6)$

$$\Delta = 25$$

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{25}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{1 + \sqrt{25}}{2}$$

$$x_1 = -2 \text{ et } x_2 = 3$$

Cette équation admet deux solutions – 2 et 3.

b) $\Delta = (-40)^2 - 4 \times 5 \times 35$

$$\Delta = 900$$

$$x_1 = \frac{40 - \sqrt{900}}{10} \text{ et } x_2 = \frac{40 + \sqrt{900}}{10}$$

$$x_1 = 1 \text{ et } x_2 = 7$$

Cette équation admet deux solutions 1 et 7.

c) $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 9 \times 1$

$$\Delta = 0$$

$$x_1 = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

Cette équation admet une solution $\frac{1}{3}$.

d) $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times 1$

$$\Delta = -3 < 0$$

Cette équation n'a pas de solution.