Fonctions associées à une fonction u : $u+k$ et $u(t+\lambda)$

I) Fonction $u+k$.

1) Définition

Soit une fonction u définie sur un ensemble D et soit k un réel.
La fonction $u+k$ est définie pour tout $x \in$ D par :
$x \mapsto (u+k)(x) = u(x)+k$

Exemples

1°) Si u est la fonction $u(x) = |x|$ et $k=4$ alors $(u+k)(x) = |x|+4$

2°) Si u est la fonction $u(x) = x^2$ et $k=-3$ alors $(u+k)(x) = x^2-3$

2) Etude

Soit une fonction u définie sur un ensemble D et monotone sur l'intervalle I (I $\subset$ D) et k un réel. La fonction $u+k$ possède sur I le même sens de variation que la fonction u.

3) Courbes

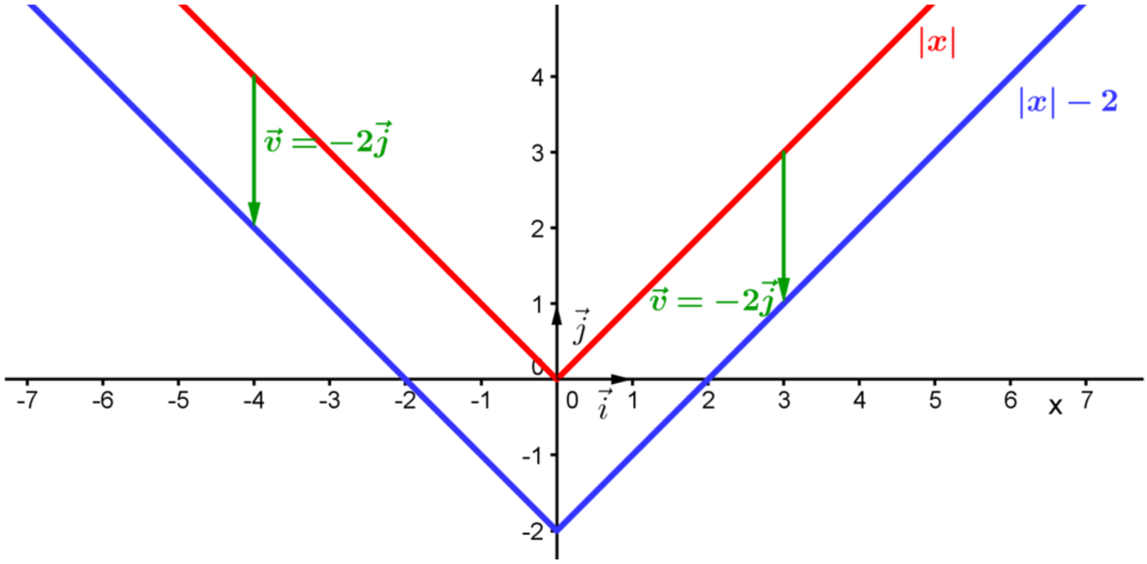
Soit $(\mathscr{C}_1)$ la courbe représentative de u et $(\mathscr{C}_2)$ la courbe représentative de la fonction $u+k$. Dans le repère (O ; $\vec{\imath},\vec{\jmath}$), $(\mathscr{C}_2)$ est l'image de $(\mathscr{C}_1)$ par la translation de vecteur $\vec{v} = k\vec{\jmath}$

Exemples :

1°) Etude et courbe de la fonction f définie par $f(x) = |x|-2$

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ car la fonction $u(x) = |x|$ est définie sur $\mathbb{R}$.

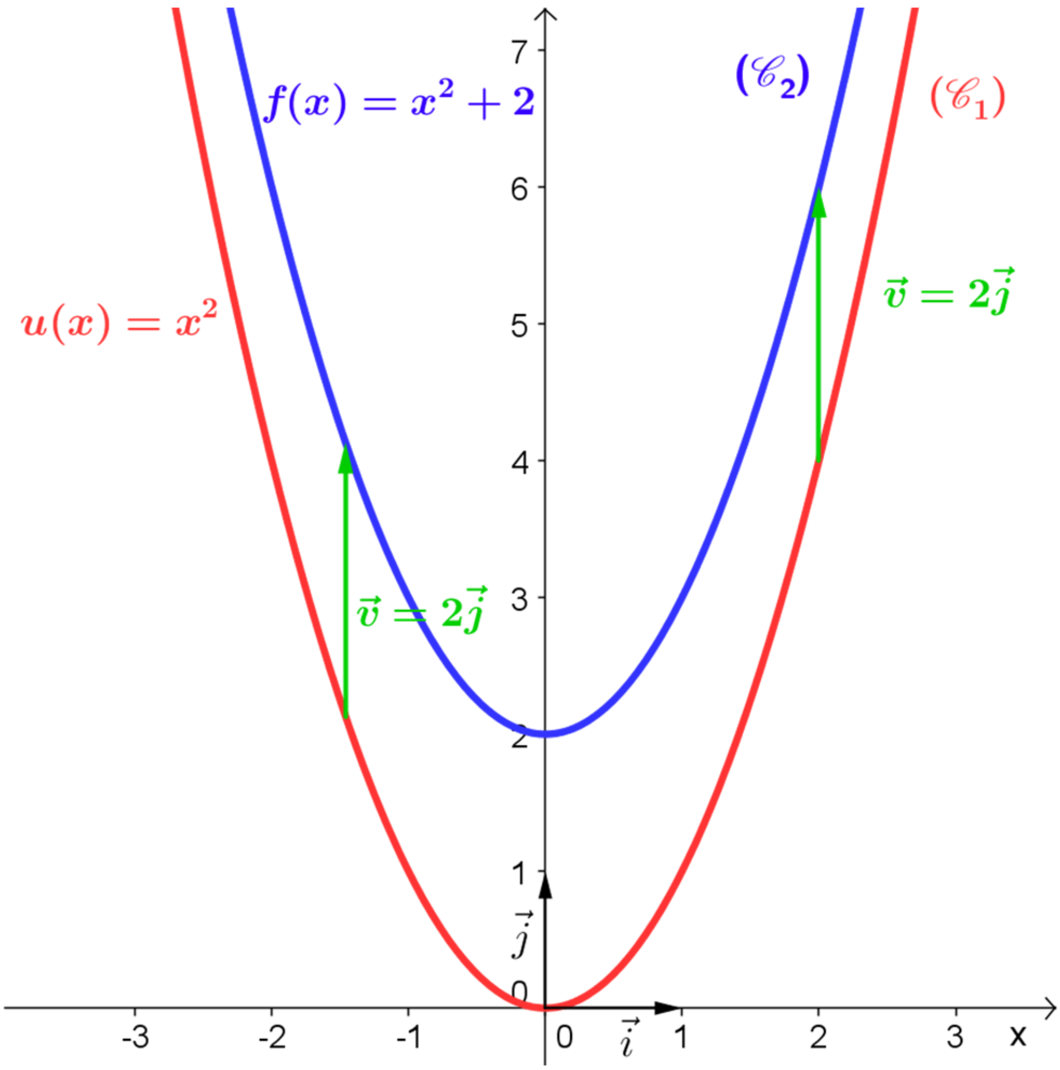
La fonction f est décroissante sur $]-\infty;0]$ et croissante sur $[0;+\infty[$ car la fonction $u(x) = |x|$ l'est aussi sur cet intervalle.



2°) Etude et courbe de la fonction f définie par $f(x) = x^2 + 2$

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ car la fonction $u(x) = x^2$ est définie sur $\mathbb{R}$.

La fonction f est décroissante sur$]-\infty\ ;\ 0]$ et croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$ comme la fonction $u(x) = x^2$.



II) Fonctions: $u(t+\lambda)$

1) Définition

Soit une fonction u définie sur un ensemble $[t_1\ ;\ t_2]$ et soit λ un réel non nul. La fonction : $t \longmapsto (u)(t+\lambda)$ est définie sur $[t_1-\lambda\ ;\ t_2-\lambda]$

Exemples

1°) Si u est la fonction définie sur $[-5\ ;\ 5]$ par $u(x) = x^2$ si $\lambda = 3$ alors

la fonction $(\boldsymbol{u})(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{\lambda})$ **=** $(\boldsymbol{x}+\mathbf{3})^{\mathbf{2}}$ et $x \longmapsto (u)(x+3)$ est **définie sur $[-8\ ;\ 2]$**

2°) Si u est la fonction définie sur $[-9\ ;\ 9]$ par $u(x) = |x|$ si λ = -2 alors

la fonction $(\boldsymbol{u})(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{\lambda})$ **=** $|\boldsymbol{x}-\mathbf{2}|$ et $x \longmapsto (u)(x-2)$ est **définie sur $[-7\ ;\ 11]$**

3°) Si u est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x^2$ si $\lambda = 5$ alors

la fonction $(\boldsymbol{u})(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{\lambda})$ **=** $(\boldsymbol{x}+\mathbf{5})^{\mathbf{2}}$ et $x \longmapsto (u)(x+5)$ est **définie sur** $\mathbb{R}$

2) Etude

Soit une fonction u définie sur un ensemble $[t_1\ ;\ t_2]$ et λ un réel.

La fonction $t \longmapsto (u)(t+\lambda)$ possède sur $[t_1-\lambda\ ;\ t_2-\lambda]$ le même sens de variation que la fonction u.

3) Courbes

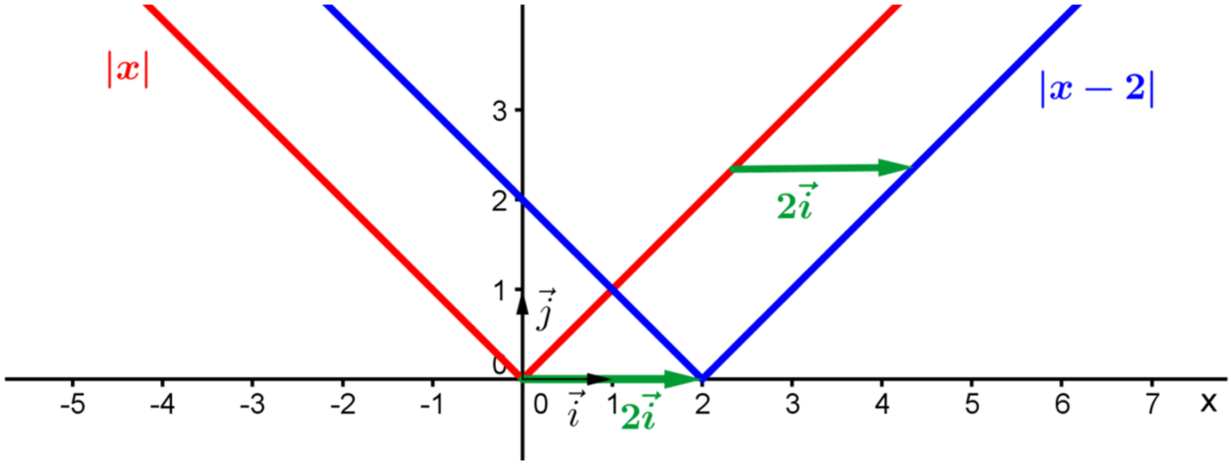
Soit $(\mathscr{C}_1)$ la courbe représentative de u et $(\mathscr{C}_2)$ la courbe représentative de la fonction $(u)(t+\lambda)$ Dans le repère (O ; $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$), $(\mathscr{C}_2)$ est l'image de $(\mathscr{C}_1)$ par la translation de vecteur $\vec{v} = \lambda\vec{\imath}$

Exemples :

1°) Etude et courbe de la fonction f définie par $f(x) = |x-2|$

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ car la fonction $u(x) = |x|$ est définie sur $\mathbb{R}$.

La fonction f est décroissante sur $]-\infty\ ;2]$ et croissante sur $[2;\ +\infty[$ car la fonction $u(x) = |x|$ est décroissante sur $]-\infty\ ;0]$ et croissante sur $[0;\ +\infty[$



2°) Etude et courbe de la fonction f définie par $f(x) = (x+3)^2$

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ car la fonction $u(x) = x^2$ est définie sur $\mathbb{R}$.

La fonction $u(x) = x^2$ est décroissante sur $]-\infty$; $0]$ et croissante sur $[0$; $+\infty[$, la fonction f est donc décroissante sur$]-\infty$; $-3]$ et croissante sur $[-3$; $+\infty[$,