

# Evolution

## I) Pourcentage d'évolution

### 1) Taux d'évolution en pourcentage à partir d'une évolution

Une grandeur évolue d'une valeur initiale  $V_i$  à une valeur finale  $V_f$ .

Le taux d'évolution de cette grandeur est égal à :

$$\frac{V_f - V_i}{V_i}$$

En pourcentage le taux d'évolution est  $t$  % avec  $t = 100 \times \frac{V_f - V_i}{V_i}$

Remarque : Si  $t$ , le taux d'évolution d'une grandeur est supérieur à 0 alors la grandeur est en hausse, s'il est inférieur à 0 alors cette grandeur est en baisse.

Exemples :

1. Le salaire d'un employé est augmenté en passant de 1540 € à 1848 €  
Quel est le taux d'évolution de ce salaire ?
2. Le stock d'une entreprise subit une baisse de de 270 kg à 207 kg.  
Quel est le pourcentage de baisse du stock de cette entreprise ?
3. En quinze ans, un article a vu son prix tripler. Quel est le pourcentage d'augmentation de cet article ?

Réponses :

1. Le salaire initial est 1540 € donc  $V_i = 1540$  et  $V_f = 1848$

$$t = 100 \times \frac{1848 - 1540}{1540} = 20.$$

**Le taux d'évolution de ce salaire est de 20%**

2. Le stock d'une entreprise subit une baisse de de 200 kg à 140 kg. donc  $V_i = 200$  et  $V_f = 140$

$$t = 100 \times \frac{140 - 200}{200} = 100 \times \frac{-60}{200} = -30$$

**Le stock a baissé de 30 %**

3. En quinze ans, un article a vu son prix tripler.

$$V_f = 3 \times V_i \text{ donc : } t = 100 \times \frac{3V_i - V_i}{V_i} = 100 \times \frac{2V_i}{V_i} = 200$$

**L'article a subi une augmentation de 200%.**

## 2) Taux d'évolution à partir d'un pourcentage. Coefficient multiplicateur.

Pour augmenter une valeur de  $t\%$  il faut la multiplier par  $1 + \frac{t}{100}$

Pour diminuer une valeur de  $t\%$  il faut la multiplier par  $1 - \frac{t}{100}$

$t$  est le taux d'évolution.

Les nombres  $1 + \frac{t}{100}$  et  $1 - \frac{t}{100}$  sont appelés **coefficients multiplicateurs**.

**Remarque :** Si le coefficient multiplicateur est supérieur à 1 il s'agit d'une hausse, s'il est inférieur à 1 il s'agit d'une baisse.

### Exemples :

1. Un article coûtait 25 € en 2005, il subit une augmentation de 12 %, quel est son prix après l'augmentation ?
2. Un article coûtait 35€ en 2010. L'année suivante son prix diminue de 8%. Quel est son prix après cette réduction ?
- 3 : La population d'un village est passée de 4512 habitants en 2005 à 6768 habitants en 2006. Quel est le coefficient multiplicateur ? Quel est le taux d'évolution ?
- 4 : Le nombre d'accident de la route a baissé d'environ 13 % entre 2005 et 2006. On compte néanmoins 145 670 accidents en 2006. Combien d'accidents pouvait-on compter en 2005 ?
- 5 : Compléter le tableau suivant :

Taux d'évolution	Coefficient multiplicateur
Augmentation de 27 %	
Diminution de 14,7 %	
	1, 73
	0, 38
	3,5

### Réponses :

1. Un article coûtait 25 € en 2005 , il subit une augmentation de 12 % :  
 $25 \times (1 + \frac{12}{100}) = 28.$       **Son prix après l'augmentation est de 28 €**
2. Un article coûtait 35€ , il diminue de 8% :  
 $35 \times (1 - \frac{8}{100}) = 32,2.$       **Son prix après la réduction est de 32,20 €**
- 3 :  $4512 \times (1 + \frac{t}{100}) = 6768$

$$\left(1 + \frac{t}{100}\right) = \frac{6\,768}{4\,512} = 1,5. \quad \text{Le coefficient multiplicateur est } 1,5$$

$$1 + \frac{t}{100} = 1,5 \quad t = 50 \quad \text{Le taux d'évolution est de } 50\%.$$

$$4 \cdot 145\,670 \div \left(1 - \frac{13}{100}\right) \approx 167\,436$$

Il y avait environ 167 436 accidents de la route en 2005.

5 .

Taux d'évolution	Coefficient multiplicateur
Augmentation de 27 %	1,27
Diminution de 14,7 %	0,853
<b>Augmentation de 73%</b>	1,73
<b>Diminution de 62%</b>	0,38
<b>Augmentation de 250 %</b>	3,5

$$\text{Augmentation de } 27 \% : 1 + \frac{27}{100} = 1,27$$

$$\text{Diminution de } 14,7 \% : 1 - \frac{14,7}{100} = 0,853$$

$$1,73 \text{ est supérieur à } 1, \text{ il s'agit d'une hausse : } 1,73 - 1 = 0,73 = \frac{73}{100} = 73\%$$

$$0,38 \text{ est inférieur } 1, \text{ il s'agit d'une baisse : } 1 - 0,38 = 0,62 = \frac{62}{100} = 62\%$$

$$3,5 \text{ est supérieur à } 1, \text{ il s'agit d'une hausse : } 3,5 - 1 = 2,5 = \frac{250}{100} = 250 \%$$

## II) Evolutions successives

### Propriété :

Lors de plusieurs évolutions successives les coefficients multiplicateurs se multiplient.

On obtient alors le coefficient multiplicateur C et le taux d'évolution t équivalent ou global.

Le coefficient multiplicateur C correspond à un taux d'évolution t :

a) Si  $C > 1$  :

C'est une **augmentation** de t % avec  $t = (C - 1) \times 100$  en pourcentage

b) Si  $C < 1$  :

C'est une **diminution** de t % avec  $t = (1 - C) \times 100$  en pourcentage

**Exemples :**

**Exemple 1 :**

Une action cotée en bourse augmente successivement deux jours consécutifs : le premier jour de 5% et le deuxième de 8%. Quel est le coefficient multiplicateur ? Quel est le pourcentage d'augmentation globale en deux jours ?

**Réponse :**

$$V_3 = V_1 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right) \times \left(1 + \frac{8}{100}\right) = V_1 \times 1,134$$

**Le coefficient multiplicateur est : C = 1,134.**

$$(1 - 1,134) \times 100 = 13,4$$

**L'évolution globale de cette augmentation est de 13,4%**

**Exemple 2 :**

Le prix du baril du pétrole a baissé de 15% puis a augmenté de 9% le mois suivant

Quel est le coefficient multiplicateur ? Déterminer en pourcentage l'évolution globale du prix du baril durant ces deux derniers mois ?

**Réponse :**

$$V_3 = V_1 \times \left(1 - \frac{15}{100}\right) \times \left(1 + \frac{9}{100}\right) = V_1 \times 0,9265$$

**Le coefficient multiplicateur est : C = 0,9265.**

$$(1 - 0,9265) \times 100 = 7,35$$

**Le prix du baril de pétrole a baissé en deux mois de 7,35%**

### **III) Evolution réciproque**

#### **1) Définition :**

**Une grandeur évolue d'une valeur initiale  $V_i$  à une valeur finale  $V_f$ .  
L'évolution réciproque de cette grandeur est l'évolution de la valeur  $V_f$  à la valeur  $V_i$**

**Exemple :** Le prix du baril du pétrole a augmenté de 17 %.

L'évolution réciproque revient à trouver le taux d'évolution qu'il faudrait appliquer pour que le prix du baril de pétrole retrouve son prix initial.

## 2) Propriété

**Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque d'une grandeur est l'inverse du coefficient multiplicateur de cette grandeur.**

**Si  $t$  est le taux d'évolution de cette grandeur alors le coefficient multiplicateur inverse est :  $\frac{100}{100+t}$**

**Exemple :** Le prix du baril du pétrole a augmenté de 17 %.

Quel est le taux d'évolution qu'il faudrait appliquer pour que le prix du baril du pétrole retrouve son prix initial ?

**Réponse :**

Il s'agit de calculer le taux d'évolution réciproque dont le taux est 17 %

Le coefficient multiplicateur est :  $\frac{100}{100 + 17} \approx 0,8547$

**Le coefficient multiplicateur est d'environ 0,8547**

$$(1 - 0,8547) \times 100 = 14,53$$

**Pour que le prix du baril du pétrole revienne à son cours initial il faudrait qu'il subisse une baisse d'environ 14,53 %**