

Proportion

I) Proportion

Soit E un ensemble fini et A une partie de l'ensemble E .

n_E est le nombre d'éléments de E et n_A le nombre d'éléments de A .

La proportion ou la fréquence d'éléments de A dans E est :

$$p = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de } E} = \frac{n_A}{n_E}$$

- p est un nombre compris entre 0 et 1.
- On exprime p souvent en pourcentage par exemple : si $p = 0,65$ alors $p = \frac{65}{100}$ soit 65%
- La relation $p = \frac{n_A}{n_E}$ permet connaissant deux des trois nombres de calculer le troisième.

Exemples :

Exemple 1 : Une classe de 30 élèves contient 21 filles. Quelle est la proportion de fille dans cette classe ? Exprimer ensuite ce résultat sous forme de pourcentage.

Réponse :

$$n_E = 30 \qquad n_A = 21 \qquad \text{La proportion de filles dans la classe est } \frac{21}{30}$$

$$\frac{21}{30} = 0,7 = \frac{70}{100} \qquad \text{Dans cette classe, 70\% des élèves sont des filles.}$$

Exemple 2 : En 2004, un musée Français a reçu 75 250 visiteurs dont 24 525 étrangers. Calculer la proportion de visiteurs français en 2004. Exprimer ensuite ce résultat sous forme de pourcentage (à 0,1 près)

Réponse :

$$n_E = 75\,250 \qquad n_A = 75\,250 - 24\,525 = 50\,725$$
$$p = \frac{50\,725}{75\,250} \approx 0,674 \qquad \text{La proportion de visiteurs Français est d'environ 0,674}$$

$$0,674 = \frac{67,4}{100} \qquad \text{Le pourcentage de visiteurs Français est d'environ 67,4\% à 0,1 près.}$$

Exemple 3: M. Durand et M. Dupond se présente à une élection, un sondage réalisé auprès de 1 500 personnes donne pour résultat 705 personnes favorables à M. Durand. Quel taux de popularité peut-on en déduire pour M. Durand ?

Réponse :

$n_A = 705$. n_A est le nombre de personnes favorables à M. Durand et n_E est le nombre de personnes interrogées : $n_E = 1500$

La proportion de personnes favorables à M. Durand est $p = \frac{705}{1500} = 0,47$

La proportion de personnes favorables à M. Durand est 0,47

$0,47 = \frac{47}{100}$ **Le pourcentage de personnes favorables à M. Durand est de 47%**

Exemple 4:

Dans un petit port , les $\frac{5}{6}$ des 720 habitants vivent de la pêche .Combien d'habitants vivent de la pêche ?

Réponse :

Dans ce cas $p = \frac{5}{6}$ $n_E = 720$. n_A est le nombre de personnes vivant de la pêche

$$p = \frac{n_A}{n_E} \quad \frac{5}{6} = \frac{n_A}{720} \quad n_A = \frac{720 \times 5}{6} = 600$$

600 habitants vivent de la pêche.

Remarque : Nous sommes dans une situation de proportionnalité, que l'on peut représenter dans un tableau :

t	Nombre d'éléments de A
100	Nombre d'éléments de E

En reprenant l'exemple1 on a :

$$t = \frac{21 \times 100}{30} = 0,7 = \frac{70}{100}$$

70% des élèves de la classe sont des filles

t	21
100	30

II) Pourcentage

Calculer $t\%$ d'un nombre N c'est multiplier N par $\frac{t}{100}$

Exemples :

Exemple 1 :

Dans une classe de 30 élèves 70% sont demi-pensionnaires.

Quel est le nombre d'élèves demi-pensionnaires.

Réponse : $30 \times \frac{70}{100} = 21.$

21 élèves sont demi-pensionnaires.

Exemple 2:

En 2010, La population active en France, est estimée à 28,4 millions de personnes. Le pourcentage du nombre de chômeurs représente environ 9,5% de la population active. Quel est le nombre de personnes au chômage en 2010 ?

Réponse : $28,4 \times \frac{9,5}{100} = 2,698.$

Le nombre de personne au chômage est estimé en 2010 à 2 698 000 de personnes.

III) Proportions échelonnées

Propriété :

Pour trois populations A , B et E tel que $A \subset B$ et $B \subset E$.

La proportion p de A dans E est le produit de la proportion p' de A dans B et de la proportion p'' de B dans E : $p = p'p''$

Exemple:

En 2011, les baccalauréats technologiques représentant 24% des baccalauréats (hors baccalauréats professionnels) et la section STMG représentent 38% des baccalauréats technologiques. Quel pourcentage de l'ensemble des baccalauréats représente la section STMG ?

Réponse :

Soit A l'ensemble des baccalauréats de la section STMG

Soit B l'ensemble des baccalauréats de la série technologique

Soit E l'ensemble des baccalauréats

On a bien $A \subset B$ et $B \subset E$.

$P' = 38\%$ est la proportion de A dans B (c'est la proportion des baccalauréats de la section STMG dans l'ensemble des baccalauréats technologiques)

$P'' = 24\%$ de B dans E (c'est la proportion des baccalauréats de la série technologique dans l'ensemble des baccalauréats)

On cherche la proportion p de A dans E

$$p' \times p'' = \frac{38}{100} \times \frac{24}{100} = \frac{38 \times 24}{100} \times \frac{1}{100} = 9,12$$

En 2011, la proportion de baccalauréats de la section STMG dans l'ensemble des baccalauréats est 9,12 % .