Fonction polynôme de degré deux

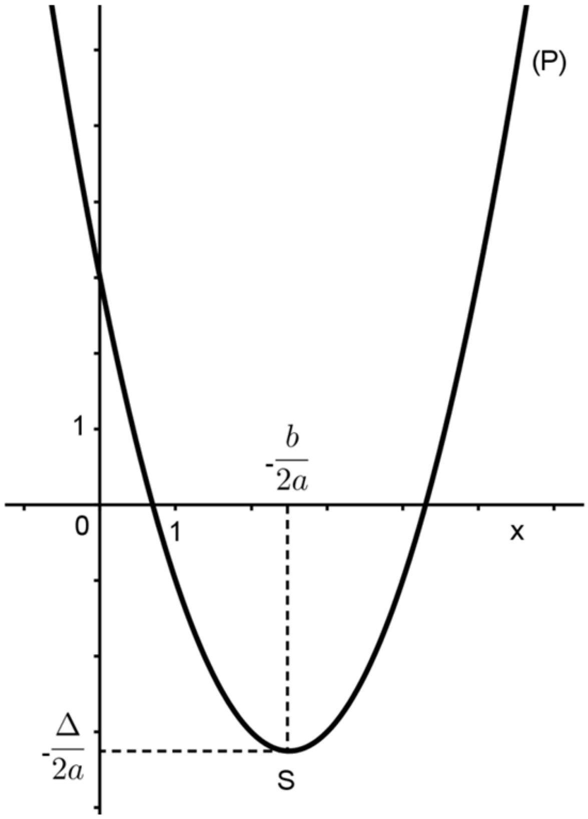
I) Tableau de variation. Courbe représentative

a > 0

- f est décroissante sur $]-\infty\,;-\frac{b}{2a}]$
- f est croissante sur $[-\frac{b}{2a}\,;+\infty[$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$\nearrow$

f admet un minimum en $x = -\frac{b}{2a}$ et ce minimum est égal à $-\frac{\Delta}{4a}$.

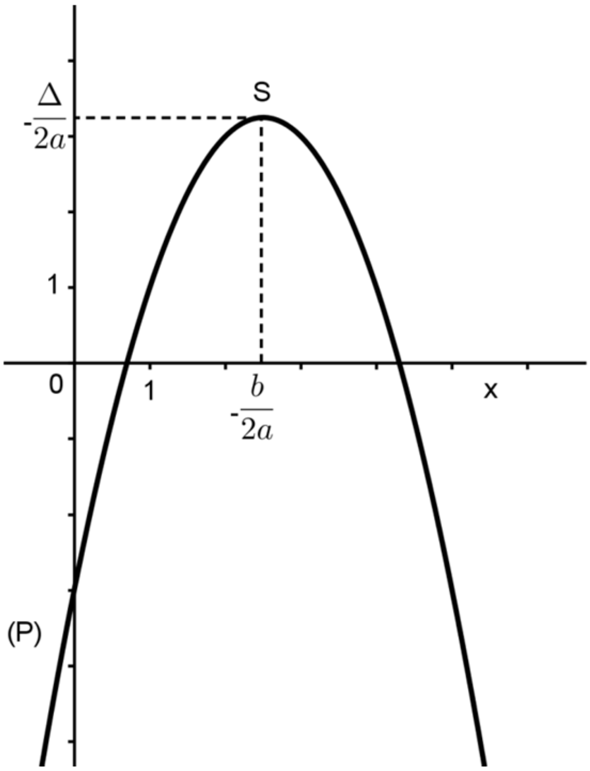


a < 0

- f est croissante sur $]-\infty\,;-\frac{b}{2a}]$
- f est décroissante sur $[-\frac{b}{2a}\,;+\infty[$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$\searrow$

f admet un maximum en $x = -\frac{b}{2a}$ et ce maximum est égal à $-\frac{\Delta}{4a}$.



Remarque:

- La courbe représentative de f est une parabole (P) de sommet S
- S a pour abscisse $-\frac{b}{2a}$ et pour ordonnée $-\frac{\Delta}{4a}$.
- La parabole P a pour axe de symétrie la droite D d'équation : $x = -\frac{b}{2a}$

II) Exemples

Exemple 1: $\Delta > 0$ et a > 0

Soit $f(x) = x^2 + x - 6 =$

$\Delta = 1 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$

$x_1 = \dfrac{-1+\sqrt{25}}{2} = \dfrac{-1+5}{2} = 2$

$x_2 = \dfrac{-1-\sqrt{25}}{2} = \dfrac{-1-5}{2} =$ -3

$\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-1}{2}$

Conclusion:

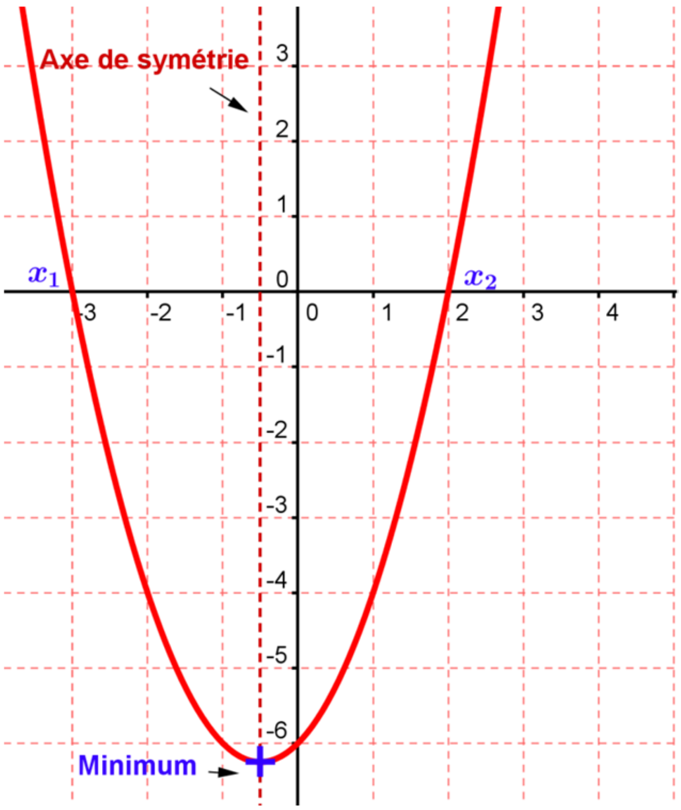
La fonction f est décroissante sur $]-\infty\ ;\ -\frac{1}{2}]$ et croissante sur $[-\frac{1}{2}\ ;\ +\infty[$

Elle admet un minimum en $x = -\dfrac{b}{2a}$

Son tableau de variation est :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$-\frac{25}{4}$	$\nearrow$

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) - 6 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 6 = -\frac{25}{4} = -6{,}25$



Exemple 2: $\Delta = 0$ et a < 0

Soit $g(x) = -x^2 - 4x - 4 =$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-4) \times (-1) = 16 - 16 = 0$

$x_0 = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{-2} = -2$

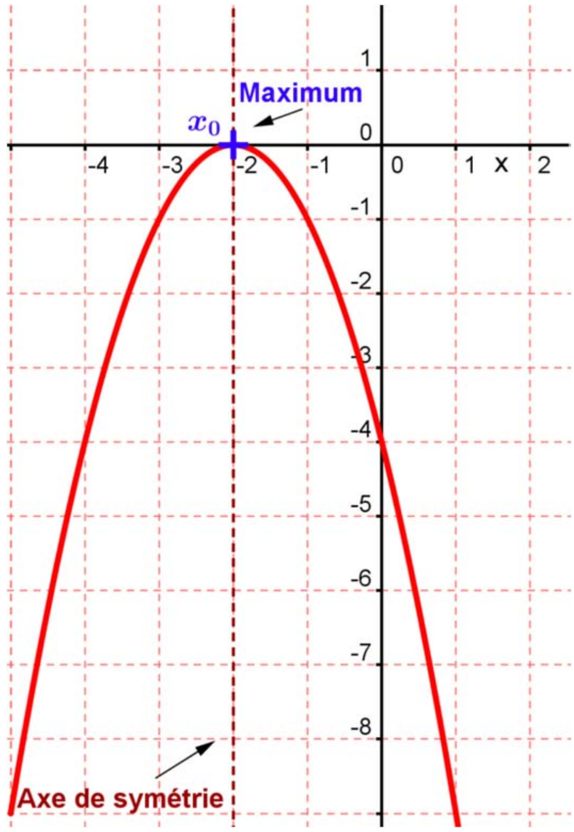
Conclusion :

La fonction f est croissante sur $]-\infty\ ;\ -2]$ et décroissante sur $[-2\ ;\ +\infty[$

Elle admet un maximum en $x = -\mathbf{2}$

Son tableau de variation est :

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	0	$\searrow$



Exemple 3: $\Delta < 0$ **et a > 0**

Soit $h(x) = 3x^2 + 6x + 4$ =

$\Delta = 6^2 - 4 \times 3 \times 4 = -12$ et

$\frac{-b}{2a} = \frac{-6}{6} = -1$

Conclusion :

La fonction f est décroissante sur $]-\infty\ ;\ -1]$ et croissante sur $[-1\ ;\ +\infty[$

Elle admet un minimum en $x = -\mathbf{1}$

Son tableau de variation est :

x	$-\infty$ $\qquad$ -1 $\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	$\searrow$ 1 $\nearrow$

$f(-1) = 3 \times (-1)^2 + 6 \times (-1) + 4 = 1$