Signe du trinôme

Soit le trinôme $f(x) = a x^2 + b x + c$, avec $a \neq 0$,

et son discriminant. $\Delta = b^2 - 4ac$

On obtient le signe de $f(x)$ à l'aide de la factorisation ou si Δ est négatif, à l'aide de la forme canonique :

si $\Delta > 0$	$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ d'après les résultats concernant le signe d'un produit de fonctions affines : x : $-\infty$ … x_1 … x_2 … $+\infty$ $f(x)$: **signe de a** 0 **signe de $-a$** 0 **signe de a**
si $\Delta = 0$	$f(x) = a(x - x_0)^2$ alors (comme un carré est positif ou nul) : x : $-\infty$ … x_0 … $+\infty$ $f(x)$: **signe de a** 0 **signe de a**
si $\Delta < 0$	$f(x)$ n'est pas factorisable dans $\mathbb{R}$ et $f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$ alors (comme l'intérieur du crochet est positif) : x : $-\infty$ … $+\infty$ $f(x)$: **signe de a**

Exemples :

Etudier le signe des trinômes suivants :
$f(x) = -x^2 + x + 2$; $g(x) = 4x^2 + 4x + 1$; $h(x) = -3x^2 + x - 35$.

Réponses :

Pour f :

$f(x) = -x^2 + x + 2$

Δ = 9 **Δ > 0**

le polynôme admet 2 racines -1 et 2 on a donc : $f(x) = -(x+1)(x-2)$

Le coefficient de x^2 est **a = -1** , comme il est négatif alors :

$f(x) < 0$ sur $]-\infty ; -1[\cup]2 ; +\infty[$ et $f(x) > 0$ sur $]-1 ; 2[$

Nous pouvons résumer le signe de la fonction f avec le tableau suivant :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Pour g :

$g(x) = 4x^2 + 4x + 1$

Δ = 0

le polynôme admet 1 racine $-\frac{1}{2}$ on a donc $g(x) = 4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

Le coefficient de x^2 est **a = 4**, comme il est positif alors :

$g(x) > 0$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$

Nous pouvons résumer le signe de la fonction g avec le tableau suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de $g(x)$		$+$	0	$+$	

Pour h :

$h(x) = -3x^2 + x - 35$

Δ = – 419 **Δ < 0**

le polynôme n'admet aucune racine

Le coefficient de x^2 est **a = -3**, comme il est négatif alors :

$h(x)$ < 0 sur $\mathbb{R}$

Nous pouvons résumer le signe de la fonction h avec le tableau suivant :

x	$-\infty$ $+\infty$
Signe de $h(x)$	$-$