

Théorème de l'angle inscrit. Polygone régulier

I) Angle inscrit. Angle au centre

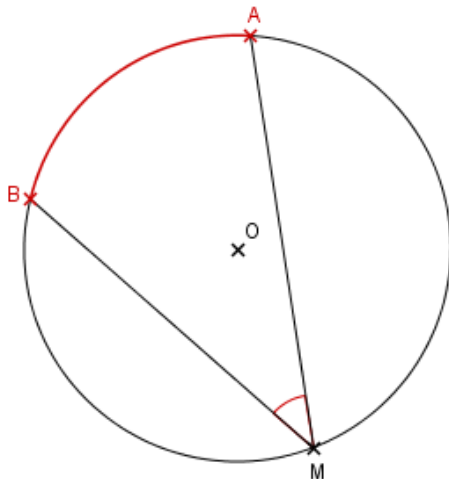
1) Définition de l'angle inscrit

Définition :

On appelle angle inscrit un angle dont le sommet est sur un cercle et dont les côtés coupent ce cercle.

Ou plus précisément:

Lorsque trois points A, B et M appartiennent à un cercle de centre O alors l'angle \widehat{AMB} est un angle inscrit qui intercepte l'arc de cercle \widehat{AB} (tracé en rouge sur la figure ci-dessous)



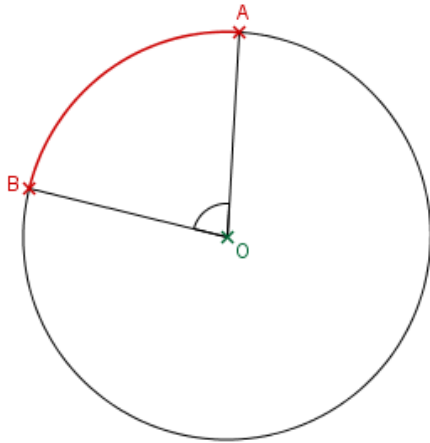
2) Définition de l'angle au centre

Définition :

On appelle angle au centre un angle dont le sommet est le centre d'un cercle.

Ou plus précisément:

Lorsque deux points A et B appartiennent à un cercle de centre O alors l'angle \widehat{AOB} est un angle au centre qui intercepte l'arc de cercle \widehat{AB} (tracé en rouge sur la figure ci-dessous)



3) Propriété des angles inscrits

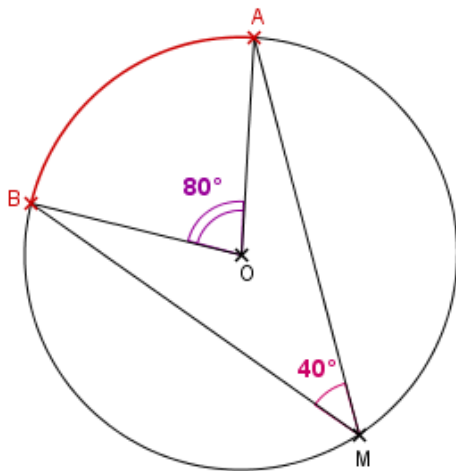
Dans un cercle, lorsqu'un angle inscrit et un angle au centre intercepte le même arc de cercle alors la mesure de l'angle au centre est égale au double de la mesure de l'angle inscrit

C'est-à-dire :

Lorsque trois points A, B et M appartiennent à un cercle de centre O alors

$$\widehat{AOB} = 2 \times \widehat{AMB}$$

Exemple :



L'angle \widehat{AMB} est un angle inscrit qui intercepte l'arc de cercle \widehat{AB} et $\widehat{AMB} = 40^\circ$
L'angle \widehat{AOB} est un angle au centre qui intercepte **le même arc de cercle** \widehat{AB} donc
 $\widehat{AOB} = 40 \times 2 = 80$ donc $\widehat{AOB} = 80^\circ$

II) Polygone régulier

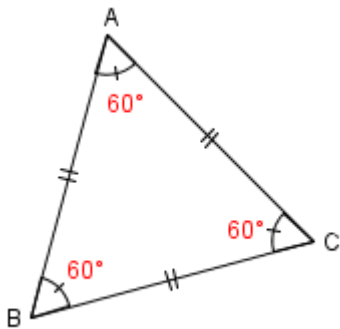
1) définition

Un polygone régulier est un polygone dont tous les côtés ont la même longueur et dont tous les angles ont la même mesure

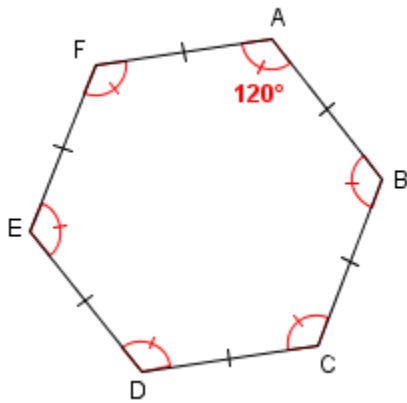
Exemples :

Exemple 1 : Le triangle équilatéral est un polygone régulier :

Il a ses trois côtés de même longueur et ses trois angles de même mesure



Exemple 2 : L'hexagone tracé ci-dessous est un polygone régulier :



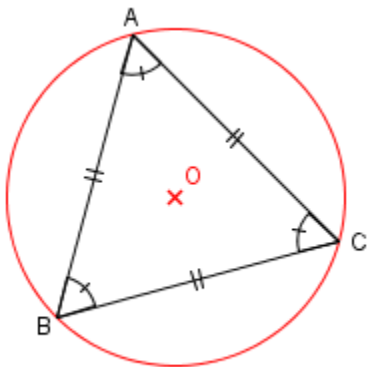
2) Propriété

Propriété 1:

Tout polygone régulier peut s'inscrire dans un cercle, le centre de ce cercle est appelé le centre du polygone régulier.

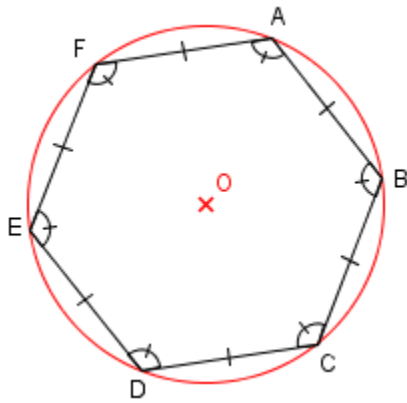
Exemples

Exemple 1 :



Le triangle équilatéral est un polygone régulier
Il est inscrit dans un cercle de centre O .
Le point O est aussi le centre du triangle équilatéral

Exemple 2 :



L'hexagone régulier est un polygone régulier
Il est inscrit dans un cercle de centre O .
Le point O est aussi le centre de cet hexagone

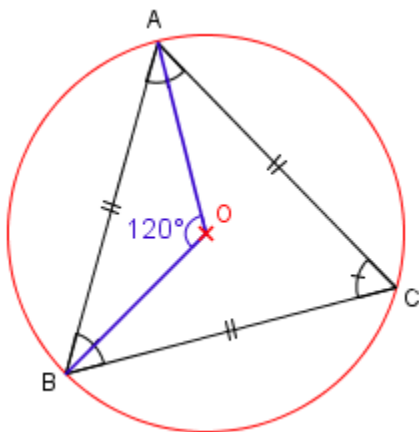
Propriété 2:

L'angle au centre d'un polygone régulier a **n côtés**, de centre O et dont les points A et B sont deux côtés consécutifs a pour mesure :

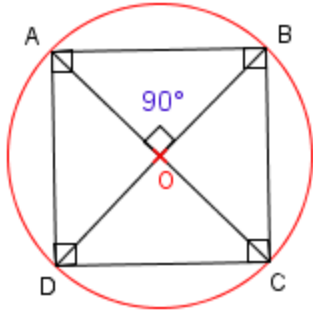
$$\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{n}$$

Exemples :

Exemple 1 : Le triangle équilatéral **n = 3** alors $\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{3}$ donc $\widehat{AOB} = 120^\circ$



Exemple 2 : Le carré $n = 4$ alors $\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{4}$ donc $\widehat{AOB} = 90^\circ$



Exemple 3 : L'hexagone régulier $n = 6$ alors $\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{6}$ donc $\widehat{AOB} = 60^\circ$

