

Fonctions linéaires

I) Définition et exemples

1) Définition :

Soit a un nombre connu et fixé.
Une fonction linéaire de coefficient a est une fonction numérique de la forme :
 $f(x) = ax$ ou $f : x \mapsto ax$

2) Exemples :

Les fonctions $f(x) = 2x$, $g : x \mapsto -3,5x$, $h(x) = 7,5x$ sont des fonctions linéaires.

Par contre les fonctions : $f : x \mapsto -3,5x + 3$ ou $g(x) = 7,5x - 2$ ou $h : x \mapsto 3x^2$ ne sont pas des fonctions linéaires

Remarque importante : Si f est une fonction linéaire de coefficient a , on a toujours :

$f(0) = 0$ et $f(1) = a$ car on a toujours : $f(0) = a \times 0 = 0$ et $f(1) = 1 \times a = a$

3) Méthode : Déterminer une fonction linéaire connaissant un nombre et son image :

Exemple :

Sachant que $f(3) = -6,3$, déterminer la fonction linéaire f .

On sait que $f(x) = ax$, donc $f(3) = 3a = -6,3$. Il suffit de résoudre l'équation $3a = -6,3$ soit $a = -6,3 \div 3 = -2,1$. Donc le coefficient a de la fonction linéaire f est $-2,1$.

La fonction f est donc : $f(x) = -2,1x$

II) Fonction linéaire et proportionnalité

1) Propriété :

Toutes les situations de proportionnalité peuvent se traduire par une fonction linéaire dont le coefficient est le coefficient de proportionnalité

2) Exemple :

Proportion entre le côté et le périmètre d'un carré

Côté	2	4	5,5	10	x
Périmètre	8	15	22	40	4x

↷ ×4

Le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur de ses côtés.

Pour calculer le périmètre d'un carré on multiplie la longueur d'un côté par 4

A chaque longueur du côté x , on peut associer le périmètre $f(x)$ qui est : $f(x) = 4x$

4 est le coefficient de proportionnalité et 4 est aussi le coefficient de la fonction linéaire

III) Représentation graphique

1) Propriété :

Soit a un nombre fixé, la représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \mapsto ax$ est la droite d'équation $y = ax$

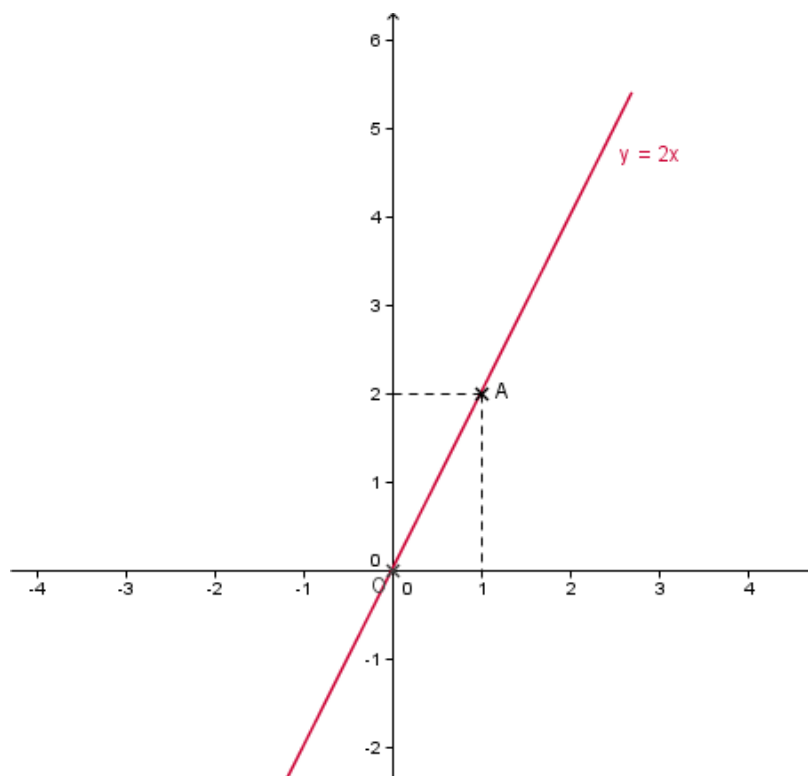
Cette droite passe par l'origine du repère, et a est le coefficient directeur de cette droite.

2) Exemple :

Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \mapsto 2x$

Si $x = 1$ alors $f(1) = 2$

La représentation graphique de la fonction linéaire f est une droite qui passe par l'origine O du repère et par le point $(1, 2)$ que l'on nommera A



III) Application aux pourcentages

Exemple 1 :

Un article coûte x €, on augmente son prix de 13 %

Le prix après augmentation que l'on note f est proportionnel au prix initial

$$f(x) = x + \frac{13}{100}x = x \left(1 + \frac{13}{100} \right) = x \times 1,13 = 1,13x \text{ donc } f(x) = 1,13x$$

Exemple 2 :

Un article coûte x euros, on diminue son prix de 15 %

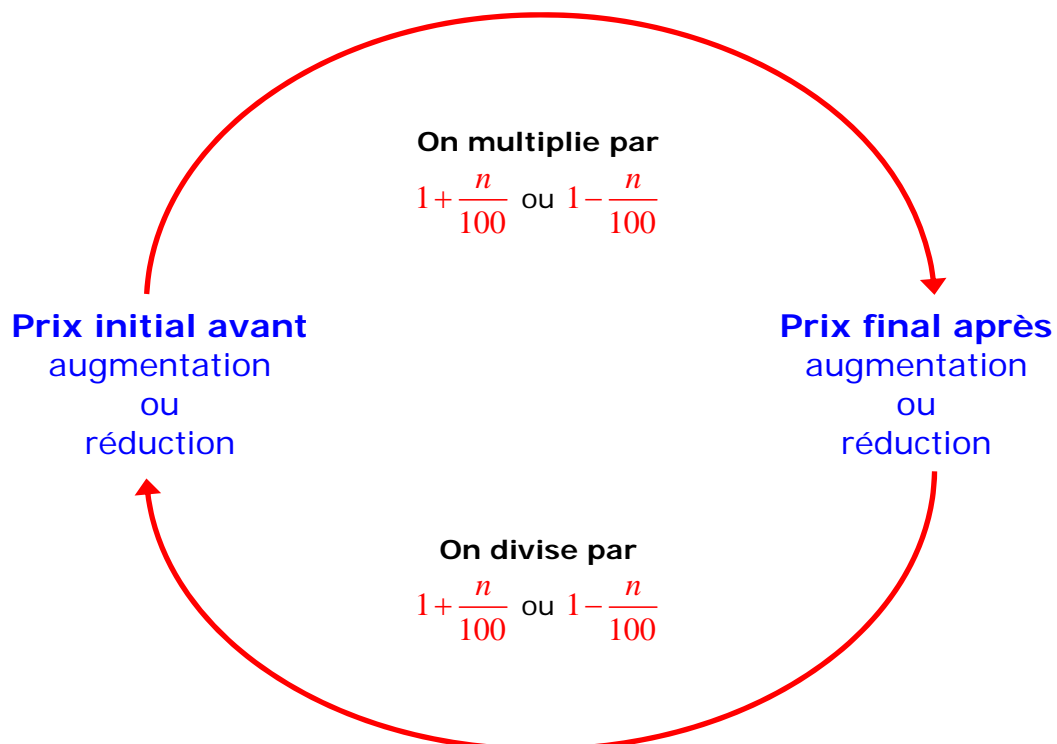
Le prix après réduction que l'on note g est proportionnel au prix initial

$$g(x) = x - \frac{15}{100}x = x \left(1 - \frac{15}{100} \right) = x \times 0,85 = 0,85x \text{ donc } g(x) = 0,85x$$

Cas général :

Augmenter un nombre de n % revient à le multiplier par $1 + \frac{n}{100}$

Diminuer un nombre de n % revient à le multiplier par $1 - \frac{n}{100}$



Exemple 3 :

Un article coûte 120 € après une réduction de 20%. Quel était le prix initial de cet article ?

C'est une réduction donc on divise par $1 - \frac{20}{100}$

$$120 \div \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 120 \div 0,8 = 150$$

Le prix initial était de 150 €

Exemple 4 :

Un article coûte 132,60 € après une augmentation de 2 %. Quel était le prix initial de cet article ?

C'est une augmentation donc on divise par $1 + \frac{2}{100}$

$$132,60 \div \left(1 + \frac{2}{100}\right) = 132,60 \div 1,02 = 130$$

Le prix initial est de 130 €