

Identités remarquables

Développement et factorisation

1) Développer

1) Définition :

Développer un produit c'est l'écrire sous la forme d'une somme algébrique.

2) Formules :

a) Distributivité simple :

Pour tout nombre relatif a , b et k

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

Exemples :

$$5(2x + 3) = 5 \times 2x + 5 \times 3 = 10x + 15$$

$$3x(2x - 7) = 3x \times 2x - 3x \times 7 = 6x^2 - 21x$$

b) Double distributivité :

Pour tout nombre relatif a , b , c et d

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple :

$$(2x + 3)(5x - 2) = 2x \times 5x - 2x \times 2 + 3 \times 5x - 3 \times 2 = 10x^2 - 4x + 15x - 6 = 10x^2 + 11x - 6$$

c) les identités remarquables :

Pour tout nombre relatif a , b

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Exemples :

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$(3x + 1)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$(7x - 4)^2 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 4 + 4^2 = 49x^2 - 56x + 16$$

$$(3x - 5)(3x + 5) = (3x)^2 - 5^2 = 9x^2 - 25$$

II) Factoriser

1) Définition :

Factoriser une somme algébrique c'est l'écrire sous la forme d'un produit

2) Formules

a) distributivité simple :

Pour tout nombre relatif a , b et k
 $ka + kb = k (a + b)$

Exemples,

Factoriser les expressions A B et C :

$$A = 5x + 9x = x(5 + 9) = 14x$$

On remarque que x est le facteur commun

$$B = (5x + 2)(3x - 2) - (5x + 2)(7x + 9) = (5x + 2)[(3x - 2) - (7x + 9)]$$

On remarque que $5x + 2$ est le facteur commun

$$B = (5x + 2)(3x - 2 - 7x - 9) = (5x + 2)(-4x - 11)$$

On réduit le deuxième facteur

$$C = (2x - 9)^2 + (2x - 9)(2x - 8) = (2x - 9)(2x - 9) + (2x - 9)(2x - 8)$$

On remarque que $2x - 9$ est le facteur commun

$$C = (2x - 9)[(2x - 9) + (2x - 8)] =$$

$$C = (2x - 9)(2x - 9 + 2x - 8) =$$

On réduit le deuxième facteur

$$C = (2x - 9)(4x - 17)$$

b) Les identités remarquables

Pour tout nombre relatif a et b

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Exemples :

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = 25x^2 + 10x + 1 = (5x + 1)^2$$

A est de la forme : $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

Avec $a = 5x$ et $b = 1$

$$B = 4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$$

B est de la forme : $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Avec $a = 2x$ et $b = 3$

$$C = 25x^2 - 81 = (5x - 9)(5x + 9)$$

C est de la forme : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

Avec $a = 5x$ et $b = 9$