

# Probabilité

## I) Vocabulaire

### 1) Définition d'une expérience aléatoire

Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'elle possède plusieurs résultats et que l'on peut ni prévoir à l'avance, ni calculer lequel de ces résultats va être réalisé.

#### **Exemple 1**

Le lancer d'un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6 est une expérience aléatoire :

- il y a 6 issues possibles : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6
- Lorsque nous lançons le dé nous ne savons pas à l'avance quel sera le chiffre obtenu.

#### **Exemple 2**

Nous lançons une pièce de monnaie et nous regardons sur quelle face nous tombons

Cette expérience est aléatoire :

- il y a 2 issues possibles : Pile ou Face
- Nous ne savons pas sur quelle face la pièce va tomber lorsque nous la lançons.

### 2) Définition de l'issue d'une expérience

On appelle **issue** d'une expérience, chacun des résultats possibles de cet expérience

#### **Exemples :**

##### **Exemple 1**

Lorsque nous lançons un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6 les résultats possibles sont :

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6

Cette expérience admet **6 issues** : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6

##### **Exemple 2**

Lorsque nous lançons une pièce de monnaie les résultats possibles sont pile ou face

Cette expérience admet **2 issues** : Pile ou Face

## 3) Évènement

### a) Définition

Un **évènement** est une condition qui peut être ou ne pas être réalisée lors d'une expérience

**Exemples :** Lors d'un lancé de dé à 6 faces numéroté de 1 à 6,

« Obtenir un nombre impair. » est un évènement. Les issues possibles sont 1 ; 3 et 5

« Obtenir le chiffre 6. » est un autre évènement. L'issue possible est 6

« Obtenir un nombre pair. » est un autre évènement.

Les issues possibles sont : 2 ; 4 et 6

« Obtenir le chiffre 7. » est un évènement qui ne peut pas se réaliser.

## **b) Évènement élémentaire**

**Un évènement élémentaire est un évènement qui n'a qu'une seule issue**

**Exemple :** Lors d'un lancé de dé à 6 faces numéroté de 1 à 6,

« Obtenir le chiffre 4. » est un évènement élémentaire.

## **c) Évènements incompatibles**

**Deux évènements incompatibles sont deux évènements qui ne peuvent se produire en même temps**

**Exemple :** Lors d'un lancé de dé à 6 faces numéroté de 1 à 6,

« Obtenir un nombre pair. » et « obtenir un nombre impair. » sont deux évènements incompatibles

# **II) Probabilité**

## **1) Définition intuitive**

**La probabilité d'un évènement A représente les chances que l'évènement se réalise lors d'une expérience aléatoire. Cette probabilité se note P(A)**

**Exemples :**

### **Exemple 1**

Nous lançons un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6.

Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre impair ?

Soit A l'évènement « Obtenir un nombre impair »

$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  car nous avons : « 3 chances sur 6 d'obtenir un nombre impair »

**Exemple 2** Un sac contient 8 jetons dont 3 rouges, 2 bleus, 1 vert et 2 jaunes.

Quelle est la probabilité de tirer un jeton rouge ?

Soit B l'évènement : « Le jeton tiré est rouge »

$P(B) = \frac{3}{8}$  car nous avons : « 3 chances sur 8 de tirer un jeton rouge »

## 2) Calculer une probabilité

Lorsque les résultats d'une expérience aléatoire ont tous la même probabilité alors la probabilité d'un évènement A est :

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables à l'évènement A}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

### Exemples :

#### Exemple 1

Nous lançons un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6.

Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre impair ?

Soit A l'évènement « Obtenir un nombre impair »

Les issues possibles sont: 1 ; 3 et 5. Il y a donc 3 cas favorables

Il y a 6 cas possibles : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6

Donc

$$P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables à l'évènement A}}{\text{nombre de cas possibles}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

**Exemple 2** Nous lançons un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6.

Quelle est la probabilité d'obtenir un 5 ?

Soit B l'évènement « Obtenir un 5 »

L'issue possible est: 5. Il y a donc 1 cas favorables

Il y a 6 cas possibles : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6

Donc

$$P(B) = \frac{\text{nombre de cas favorables à l'évènement A}}{\text{nombre de cas possibles}} = \frac{1}{6}$$

$$P(B) = \frac{1}{6}$$

### **3) Propriétés**

- **La probabilité d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1 :**  
**Lorsque ce nombre est égal à 1 : on dit que l'évènement est certain**  
**Lorsqu'il est égal à 0 : on dit que l'évènement est impossible**
- **La somme des probabilités des issues d'une expérience aléatoire est égal à 1**

#### **Exemple :**

Nous lançons un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6.

La probabilité d'obtenir un 1 est  $P(A) = \frac{1}{6}$

La probabilité d'obtenir un 2 est  $P(B) = \frac{1}{6}$

La probabilité d'obtenir un 3 est  $P(C) = \frac{1}{6}$

La probabilité d'obtenir un 4 est  $P(D) = \frac{1}{6}$

La probabilité d'obtenir un 5 est  $P(E) = \frac{1}{6}$

La probabilité d'obtenir un 6 est  $P(F) = \frac{1}{6}$

et  $P(A) + P(B) + P(C) + P(D) + P(E) + P(F) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

La probabilité d'obtenir un 7 est :  $P(G) = 0$  : Cet évènement est impossible

La probabilité d'obtenir un nombre entier positif inférieur ou égal à 6 est

$P(H) = 1$  L'évènement H est certain

### **4) Probabilité et fréquence**

**Lorsqu'une expérience est répétée un grand nombre de fois, la fréquence de réalisation d'un évènement devient proche de sa probabilité**

**Exemple :** Nous lançons une pièce de monnaie, on note son résultat : Pile ou Face

L'évènement A : « Obtenir Pile » a pour probabilité :  $P(A) = \frac{1}{2}$ .

Ainsi, si on réalise, un grand nombre de fois cette expérience, par exemple 5 000 lancers on n'obtiendra pas forcément 2 500 Pile, mais la fréquence d'apparition sera proche de 2 500.

### **5) Evènements incompatibles**

#### **a) Définition**

**Lorsque deux évènements ne peuvent pas se réaliser en même temps on dit qu'ils sont incompatibles**

**Exemple :** Nous lançons une pièce de monnaie, on note son résultat : Pile ou Face

Les évènements : A : « Obtenir Pile » et B : « Obtenir face » sont incompatibles

## **b) Propriété :**

**Lorsque deux évènements sont incompatibles, la probabilité pour que l'un ou l'autre se réalise est égale à la somme de leurs probabilités**

**Exemple :** Nous lançons un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6.

Soit A l'évènement : « Obtenir un 1 » et

soit B l'évènement : « Obtenir un nombre pair » .

Ces deux évènements sont incompatibles.

$$P(A) = \frac{1}{6} \text{ et } P(B) = \frac{3}{6}.$$

La probabilité d'obtenir un 1 ou d'avoir un nombre pair est :

$$P(A) + P(B) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6}.$$

La probabilité est donc de  $\frac{4}{6}$ .

## **6) Evènements contraires**

**La probabilité d'un évènement contraire noté  $\bar{A}$  d'un évènement A est :**  
 **$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$**

**Exemples :**

**Exemple 1 :** Nous lançons un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6.

Soit A l'évènement « Obtenir un nombre impair »

L'évènement contraire noté  $\bar{A}$  est : « Obtenir un nombre pair »

Nous avons déjà vu dans les exemples précédents que  $P(A) = \frac{1}{2}$  donc

$$P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

**Exemple 2 :** Nous lançons un dé à 6 faces numéroté de 1 à 6.

Soit A l'évènement « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 4 »

L'évènement contraire noté  $\bar{A}$  est : « Obtenir un nombre strictement supérieur à 4 »

$$P(A) = \frac{4}{6} \text{ donc}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - \frac{4}{6} = \frac{6}{6} - \frac{4}{6} = \frac{2}{6}$$

La probabilité d'obtenir un nombre strictement supérieur à 4 est  $\frac{2}{6}$

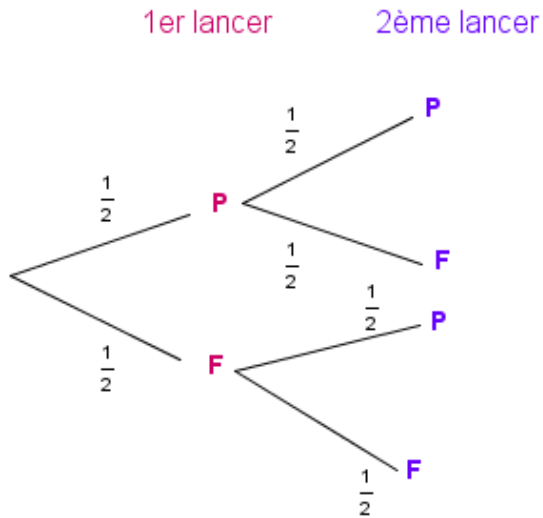
### III) Expérience à deux épreuves

#### Exemple :

On lance deux fois de suite une pièce de monnaie :

- On lance une fois la pièce de monnaie, on note son résultat : P pour pile. F pour face
- On lance une deuxième fois la pièce de monnaie et on note de nouveau son résultat

Les résultats possibles sont regroupés sur l'arbre ci-dessous :



La probabilité de l'issue (P ; P) est :  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

On retrouve ce résultat sur l'arbre.

On a une chance sur quatre d'obtenir Pile puis Pile.

#### Remarque importante :

**Avec un arbre, la probabilité de l'issue auquel conduit un chemin est égal au produit des probabilités rencontrées le long du chemin.**