Racine carrée

I) Racine carrée d'un nombre positif

Définition :

Soit a un nombre positif, la racine carrée d'un nombre positif a (qui se note $\sqrt{a}$) est le nombre positif dont le carré est égal à a :

$(\sqrt{a})^2 = a$

Conséquence : $\sqrt{a^2} = a$

Exemples :

$\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

$\sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

Attention !!! L'écriture $\sqrt{a}$ n'a pas de sens si a est un nombre négatif il n'existe pas de nombre dont le carré soit négatif.

II) Opération sur les racines carrées

Définition :

Quels que soient les nombres a et b positifs,

$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Quels que soient les nombres a et b positifs , et $b \neq 0$

On a : $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Exemples :

$$\sqrt{6}\times\sqrt{7}=\sqrt{6\times7}=\sqrt{42}$$

$$\sqrt{3}\times\sqrt{27}=\sqrt{3\times27}=\sqrt{81}=9$$

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{4}}=\sqrt{\frac{8}{4}}=\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{60}}=\sqrt{\frac{45}{60}}=\sqrt{\frac{3\times3\times5}{5\times3\times4}}=\sqrt{\frac{3}{4}}$$

Attention !!!

Il n'y a pas de formule permettant de calculer la somme ou la différence des racines carrées de deux nombres

Exemples :

$\sqrt{36}+\sqrt{64}$ =6 + 8 = 14 et $\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$ comme 14 ≠ 10 alors :

$$\sqrt{36}+\sqrt{64}\neq\sqrt{36+64}$$

De même :

$\sqrt{25}-\sqrt{16}$ =5 - 4 = 1 et $\sqrt{25-16}=\sqrt{9}=3$ comme 1 ≠ 3 alors :

$$\sqrt{25}-\sqrt{16}\neq\sqrt{25-16}$$

Mais nous pouvons toujours simplifier des expressions comprenant le même radical :

Exemple :

$$A=7\sqrt{5}+9\sqrt{5}=(7+9)\sqrt{5}=16\sqrt{5}$$

III) Comment réduire une somme ayant des racines carrées

Nous avons vu qu'il n'y a pas de formule concernant la somme ou la différence de racines carrées, mais nous pouvons calculer certaines sommes en simplifiant les racines carrées.

Exemple : Ecrire le nombre suivant sous la forme a $\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

$$2\sqrt{147}+5\sqrt{12}-3\sqrt{27}=$$

$$2\sqrt{49\times3}+5\sqrt{4\times3}-3\sqrt{9\times3}=$$

$$2\sqrt{49}\times\sqrt{3}+5\sqrt{4}\times\sqrt{3}-3\sqrt{9}\times\sqrt{3}=$$

$$2\times7\times\sqrt{3}+5\times2\times\sqrt{3}-3\times3\times\sqrt{3}=$$

$$14\sqrt{3}+10\sqrt{3}-9\sqrt{3}=$$

$$\boxed{15\sqrt{3}}$$