

Opérations sur les nombres en écritures Fractionnaires

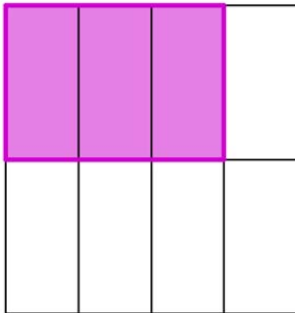
I) Quotients égaux

1) Propriété

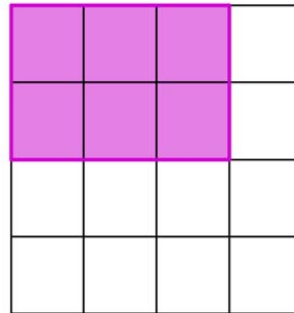
Si on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur d'une écriture fractionnaire par un même nombre (non nul) on obtient une écriture fractionnaire égale :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \text{ ou } \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k} \text{ avec } b \neq 0 \text{ et } k \neq 0$$

Exemples graphiques:



On a colorié les $\frac{3}{4}$ du carré



On a colorié les $\frac{6}{16}$ du carré.

On a colorié la même quantité : $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$

Exemples numériques :

$$\frac{8}{5} = \frac{8 \times 7}{5 \times 7} = \frac{56}{35}$$

$$\frac{7,95}{8,1} = \frac{7,95 \times 100}{8,1 \times 100} = \frac{795}{810}$$

$$\frac{21}{56} = \frac{21 \div 7}{56 \div 7} = \frac{3}{8}$$

II Multiplication en écriture fractionnaire

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire,
on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour $b \neq 0$ et $d \neq 0$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemples :

$$\frac{2}{7} \times \frac{5}{11} = \frac{2 \times 5}{7 \times 11} = \frac{10}{77}$$

$$\frac{5}{9} \times 7 = \frac{5}{9} \times \frac{7}{1} = \frac{5 \times 7}{9 \times 1} = \frac{35}{9}$$

Il ne faut pas oublier de simplifier avant de multiplier !!

Exemple 1

$$\frac{25}{21} \times \frac{14}{15} = \frac{25 \times 14}{21 \times 15} = \frac{\cancel{5} \times 5 \times 2 \times \cancel{7}}{3 \times \cancel{7} \times 3 \times \cancel{5}} = \frac{5 \times 2}{3 \times 3} = \frac{10}{9}$$

On remarque que 25 et 15 sont deux multiples de 5,
et que 21 et 14 sont deux multiples de 7. On simplifie alors le produit par 5 et 7

Exemple 2

$$\frac{24}{10} \times \frac{45}{56} = \frac{24 \times 45}{10 \times 56} = \frac{\cancel{8} \times 3 \times 9 \times \cancel{5}}{2 \times \cancel{8} \times \cancel{8} \times 7} = \frac{3 \times 9}{2 \times 7} = \frac{27}{14}$$

On remarque que 24 et 56 sont deux multiples de 8,
et que 10 et 45 sont deux multiples de 5. On simplifie le produit par 8 et 5

III) Inverse en écriture fractionnaire

1) propriété

Tout nombre relatif non nul $\frac{c}{d}$ a pour inverse le nombre $\frac{d}{c}$

Exemples :

L'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$

L'inverse de $\frac{5}{4}$ est $\frac{4}{5}$

L'inverse de $-\frac{1}{5}$ est -5

L'inverse de $-\frac{3}{7}$ est $-\frac{7}{3}$

IV) Diviser

1) propriété

a, b, c et d sont des nombres relatifs ($b \neq 0$; $c \neq 0$ et $d \neq 0$)

Pour diviser un nombre relatif $\frac{a}{b}$ par un nombre non nul $\frac{c}{d}$:

on multiplie $\frac{a}{b}$ par l'inverse de $\frac{c}{d}$ c'est-à-dire :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

2) Exemples :

Exemple 1

$$\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{3 \times 7}{4 \times 5} = \frac{21}{20}$$

Il ne faut pas oublier, lorsque cela est possible, de simplifier avant de multiplier !!

Exemple 2

$$\frac{12}{25} \div \frac{16}{35} = \frac{12}{25} \times \frac{35}{16} = \frac{12 \times 35}{25 \times 16} = \frac{3 \times \cancel{4} \times 7 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 5 \times \cancel{4} \times 4} = \frac{21}{20}$$

V) Addition et soustraction de deux nombres en écriture fractionnaire

1) Les écritures fractionnaires ont le même dénominateur

a) La somme

Pour calculer la somme de deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur :

- On additionne les numérateurs
- On garde le même dénominateur

Pour tout nombre a, b et c ($c \neq 0$) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

Exemple :

$$\frac{2}{7} + \frac{11}{7} = \frac{2+11}{7} = \frac{13}{7}$$

b) La différence

Pour calculer la différence de deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur :

- On soustrait les numérateurs
- On garde le même dénominateur

Pour tout nombre a b et c (c ≠ 0) $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a - b}{c}$

Exemple :

$$\frac{12}{13} - \frac{4}{13} = \frac{12 - 4}{13} = \frac{8}{13}$$

2) Les écritures fractionnaires n'ont pas le même dénominateur

Méthode :

Pour additionner ou soustraire deux écritures fractionnaires qui ont des dénominateurs différents on commence par les écrire avec le même dénominateur.

Exemples :

Exemple 1

Calculer : $A = \frac{5}{4} + \frac{7}{6}$

1) On cherche d'abord un dénominateur commun :

Pour cela on écrit les tables de multiplications des deux dénominateurs :

Table de multiplication de 4 :

$$\begin{aligned} 4 \times 1 &= 4 \\ 4 \times 2 &= 8 \\ 4 \times 3 &= 12 \end{aligned}$$

Table de multiplication de 6 :

$$\begin{aligned} 6 \times 1 &= 6 \\ 6 \times 2 &= 12 \end{aligned}$$

12 est donc le dénominateur commun

2) On écrit les deux fractions avec le même dénominateur :

$$\frac{5}{4} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{15}{12}$$

$$\frac{7}{6} = \frac{7 \times 2}{6 \times 2} = \frac{14}{12}$$

3) On effectue le calcul :

$$A = \frac{5}{4} + \frac{7}{6} = \frac{15}{12} + \frac{14}{12} = \frac{29}{12}$$

$$A = \frac{29}{12}$$

Exemple 2 :

$$\text{Calculer : } B = \frac{8}{25} + \frac{-4}{15}$$

a) On cherche d'abord un dénominateur commun :

Pour cela on écrit les tables de multiplications des deux dénominateurs :

Table de multiplication de 15 :

$$\begin{aligned} 15 \times 1 &= 15 \\ 15 \times 2 &= 30 \\ 15 \times 3 &= 45 \\ 15 \times 4 &= 60 \\ 15 \times 5 &= \mathbf{75} \end{aligned}$$

Table de multiplication de 25 :

$$\begin{aligned} 25 \times 1 &= 25 \\ 25 \times 2 &= 50 \\ 25 \times 3 &= \mathbf{75} \end{aligned}$$

75 est donc le dénominateur commun

b) On écrit les deux fractions avec le même dénominateur :

$$\frac{8}{25} = \frac{8 \times 3}{25 \times 3} = \frac{24}{75} \qquad \frac{-4}{15} = \frac{-4 \times 5}{15 \times 5} = \frac{-20}{75}$$

c) On effectue le calcul :

$$B = \frac{8}{25} + \frac{-4}{15} = \frac{24}{75} + \frac{-20}{75} = \frac{4}{75} \qquad B = \frac{4}{75}$$

Exemple 3 :

Calculer :

$$C = \frac{7}{15} - \frac{9}{5} + \frac{11}{3}$$

a) On cherche d'abord un dénominateur commun :

On remarque que 15 est à la fois un multiple de 5 et de 3

$$15 \times 1 = 15$$

$$5 \times 3 = \mathbf{15}$$

$$3 \times 5 = \mathbf{15}$$

b) On écrit les deux fractions avec le même dénominateur :

$$\frac{7}{15} \text{ ne change pas} \qquad \frac{9}{5} = \frac{9 \times 3}{5 \times 3} = \frac{27}{15} \qquad \frac{11}{3} = \frac{11 \times 5}{3 \times 5} = \frac{55}{15}$$

c) On effectue le calcul :

$$C = \frac{7}{15} - \frac{9}{5} + \frac{11}{3} = \frac{7}{15} - \frac{27}{15} + \frac{55}{15} = \frac{35}{15}$$

d) On n'oublie pas de simplifier le résultat :

$$C = \frac{35}{15} = \frac{7 \times 5}{3 \times 5} = \frac{7}{3}$$