

Equations et résolution de problèmes

I) Transformation d'égalités

1) Avec une somme ou une différence

Quels que soient les nombres relatifs a, b et c:

Si $a = b$ alors $a + c = b + c$ et

Si $a = b$ alors $a - c = b - c$

Exemple 1:

Si $x - 11 = 8$ alors

$$x - 11 + 11 = 8 + 11$$

$$x + 0 = 19 \text{ donc}$$

$$x = 19$$

Exemple 2

Si $x + 7 = 14$ alors

$$x + 7 - 7 = 14 - 7$$

$$x + 0 = 7 \text{ donc}$$

$$x = 7$$

2) Avec un produit ou un quotient

Quels que soient les nombres relatifs a, b et c:

Si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$ et

Si $a = b$ et $c \neq 0$ alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

Exemple 1:

Si $7x = 14,07$ alors

$$\frac{7}{7}x = \frac{14,07}{7} \text{ donc}$$

$$1x = 2,01 \text{ donc}$$

$$x = 2,01$$

Exemple 2

Si $\frac{x}{4} = 8,1$ alors

$$\frac{x}{4} \times 4 = 8,1 \times 4 \text{ donc}$$

$$1x = 32,4$$

$$x = 32,4$$

II Equation

1) définitions

Définition 1 :

Une équation du premier degré à une inconnue est une égalité comprenant un nombre inconnu désigné par une lettre.

Exemple :

L'égalité : $3x + 2 = 7x + 1$ est une équation du premier degré à une inconnue. Le nombre inconnu est désigné par la lettre x

Définition 2 :

Résoudre une équation dont l'inconnue est le nombre x c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre x qui vérifient l'égalité. Chaque valeur de x est une solution de cet équation.

Exemple : Résoudre l'équation $x - 2 = 7$

Comme $9 - 2 = 7$ La valeur de x qui vérifie l'égalité est 9.

L'équation $x - 2 = 7$ a une solution qui est 9

2) Règles :

**Si on ajoute ou retranche un même nombre aux deux membres d'une égalité
Si on multiplie ou divise un même nombre aux deux membres d'une égalité :
On ne change pas les solutions de l'équation**

3) Résolutions des équations de base :

Pour tout nombre a et b

a) On peut retrancher le nombre a aux deux membres d'une égalité pour « isoler le nombre x »

Si $x + a = b$ alors $x + a - a = b - a$ donc $x = b - a$

Exemple :

$x + 3 = 9$ alors $x = 9 - 3$ et donc $x = 6$

L'équation $x + 3 = 9$ a une solution qui est 6

b) On peut ajouter le nombre a aux deux membres d'une égalité pour « isoler le nombre x »

Si $x - a = b$ alors $x - a + a = b + a$ donc $x = b + a$

Exemple :

$x - 9 = 7$ alors $x = 7 + 9$ et donc $x = 16$

L'équation $x - 9 = 7$ a une solution qui est 16

c) On peut diviser le nombre a aux deux membres d'une égalité pour « isoler le nombre x »

Si $ax = b$ alors $\frac{a}{a} x = \frac{b}{a}$ donc $x = \frac{b}{a}$

Exemple :

$7x = 14$ alors $x = \frac{14}{7} = 2$ et donc $x = 2$

L'équation $7x = 14$ a une solution qui est 2

d) On peut multiplier le nombre a aux deux membres d'une égalité pour « isoler le nombre x »

Si $\frac{x}{a} = b$ ($a \neq 0$) alors $\frac{x}{a} \times a = b \times a$ donc $x = b \times a$

Exemple :

$\frac{x}{3} = 5$ alors $x = 3 \times 5$ et donc $x = 15$

L'équation $\frac{x}{3} = 5$ a une solution qui est 15

e) On peut multiplier par le nombre x ($x \neq 0$) les deux membres d'une égalité

Si $\frac{a}{x} = b$ ($x \neq 0$) alors $\frac{a}{x} \times x = b \times x$ donc $bx = a$ et puis $x = \frac{a}{b}$

Exemple :

$\frac{7}{x} = 2$ alors $2x = 7$ et donc $x = \frac{7}{2}$

L'équation $\frac{7}{x} = 2$ a une solution qui est $\frac{7}{2}$ ou 3,5

f) Méthode pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue plus complexe.

Exemple :

Résoudre l'équation suivante :

$$6x + 8 = 4x - 15$$

On a : $6x - 4x + 8 = 4x - 4x - 15$

1) On regroupe du même côté de l'égalité les termes en x
voir **a)** et **b)** ci-dessus

On obtient : $2x + 8 = -15$

2) On réduit l'expression

On a alors : $2x + 8 - 8 = -15 - 8$

3) On regroupe les nombres constants de l'autre côté de l'égalité
voir **a)** et **b)** ci-dessus

On a alors : $2x = -23$

4) On réduit l'expression

alors $\frac{2x}{2} = -\frac{23}{2}$

5) On divise par 2 les deux membres de l'égalité, pour isoler le nombre x voir **c)** ci-dessus

on a donc $x = -\frac{23}{2} = -11,5$

6) On simplifie

La solution de l'équation
 $6x + 8 = 4x - 15$ est $-11,5$

6) On n'oublie pas de conclure.

III) Résolution de problèmes du premier degré (problème se ramenant à une équation)

La résolution d'un problème du premier degré se fait en cinq étapes :

- **Choix de l'inconnue**
- **Mise en équation ou inéquation du problème**
- **Résolution de l'équation ou de l'inéquation**
- **Vérification du résultat**
- **Interprétation du résultat et conclusion**

Exemple :

Une mère de quarante cinq ans a une fille de 13 ans.

Dans combien d'année l'âge de la fille sera la moitié de l'âge de sa mère ?

1) Choix de l'inconnue :

On commence par nommer l'inconnue que l'on cherche :

Soit x le nombre d'années cherché

2) Mise en équation du problème :

L'âge de la mère après ces x années sera de $45 + x$

L'âge de la fille après ces x années sera de $13 + x$

et l'âge de la fille sera la moitié de celui de sa mère on a donc :

$$13 + x = \frac{45 + x}{2}$$

3) Résolution de l'équation :

$$2 \times (13 + x) = 45 + x$$

$$26 + 2x = 45 + x$$

$$2x - x = 45 - 26$$

$$x = 19$$

4) Vérification du résultat :

$$x = 19$$

Dans 19 ans

$$13 + 19 = 32$$

l'âge de la fille sera de 32 ans,

$$45 + 19 = 64$$

L'âge de la mère sera de 64 ans

L'âge de la fille sera bien la moitié de l'âge de la mère

5) Conclusion, interprétation du résultat :

Dans 19 ans l'âge de la fille sera la moitié de celui de sa mère.