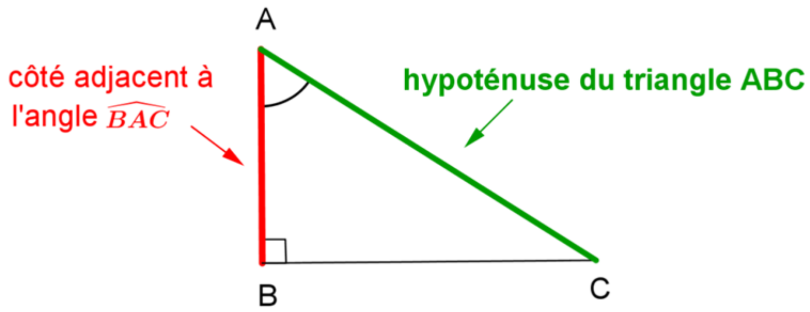
Cosinus dans un triangle rectangle

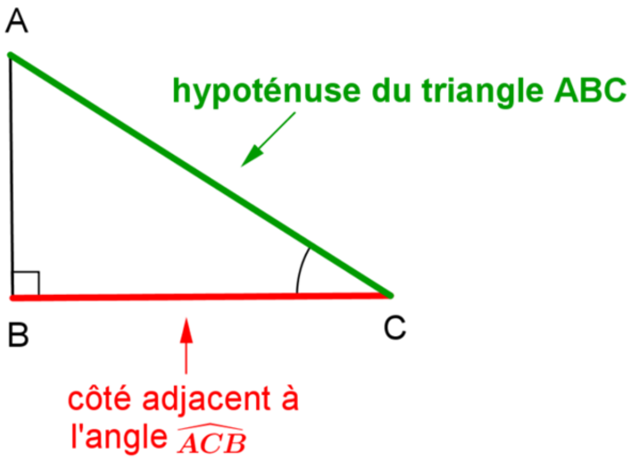
I) Vocabulaire :

Dans un triangle <u>rectangle</u>, il faut savoir reconnaître :
- **Le côté adjacent** à un angle aigu
- **l'hypoténuse** de ce triangle rectangle :

Exemple 1 :



Exemple 2 :



II) Formules du cosinus dans un triangle rectangle

a) Notation :

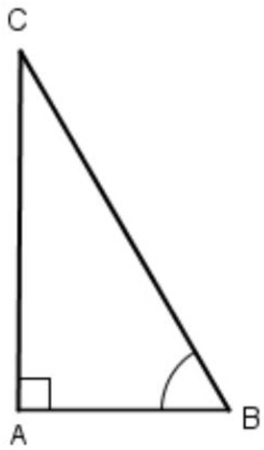
Le cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$ se note $\cos\ \widehat{ABC}$

b) définition:

Dans un triangle rectangle, pour tout angle $\widehat{ABC}$ aigu on a :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

Exemple :



Dans le triangle ABC rectangle en A on a :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{BC}}$$

Remarque 1 :

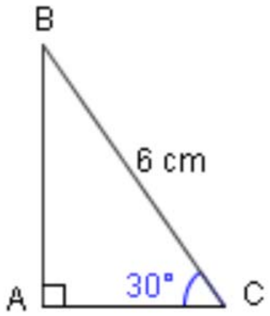
Le cosinus est toujours compris entre 0 et 1 :
Le cosinus d'un angle aigu est le quotient de deux longueurs, donc de deux nombres positifs de plus on divise par l'hypoténuse qui est le plus grand côté.

Remarque 2:

Le cosinus d'un angle permet de calculer des longueurs de segments ou de calculer la mesure d'un angle

Exemple 1 : Pour calculer la longueur du côté adjacent (on connait la mesure d'un angle et la longueur de l'hypoténuse)

Dans le triangle ci-dessous calculer AC



On connaît la longueur de **l'hypoténuse** et on cherche la longueur du **côté adjacent à l'angle** connu. On applique donc la formule du **cosinus**

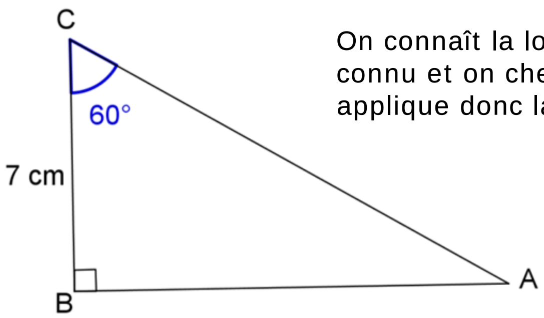
Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $\cos \widehat{BCA} = \dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}}$

$cos\ 30° = \dfrac{\mathrm{AC}}{6}$ donc $\mathrm{AC} = 6 \times \cos 30° \approx 5{,}2$ (on effectue le produit en croix) donc

AC ≈ 5,2 cm

Exemple 2 : Pour calculer la longueur de l'hypoténuse (on connait la mesure d'un angle et la longueur de son côté adjacent)

Dans le triangle ci-dessous calculer AC



On connaît la longueur du **côté adjacent à l'angle** connu et on cherche la longueur de **l'hypoténuse**. On applique donc la formule du **cosinus**

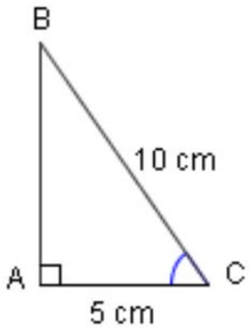
Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en B on a : $\cos \widehat{BCA} = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}}$

$cos\ 60° = \dfrac{7}{\mathrm{AC}}$ donc $\mathrm{AC} = \dfrac{7}{\cos 60°}$ = 14 (on effectue le produit en croix) donc

AC = 14 cm

Exemple 3 : Pour calculer un angle (on connait les longueurs du côté adjacent et de l'hypoténuse)

Dans le triangle ci-dessous calculer l'angle $\widehat{BCA}$



On connaît la longueur de **l'hypoténuse** et la longueur du **côté adjacent** à l'angle cherché .On applique donc la formule du **cosinus**

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a **:** $cos\,\widehat{BCA} = \frac{\text{AC}}{\text{BC}}$

$cos\,\widehat{BCA} = \frac{5}{10}$ = 0,5. On a donc $\widehat{\mathbf{BCA}} = \mathbf{60}$ °

à la calculatrice on tape « shift cos 0,5 » pour les Casio

Ou : « 2nd PRB (trig) puis ⇨ » jusqu'à obtenir « $\cos^{-1}$ » puis

« 0,5)=» pour les Texas Instrument