Pyramide et cône de révolution

I) La pyramide

1)Définitions

La pyramide est un solide composé :

• d'une base : un polygone

• de faces latérales : des triangles qui ont un sommet en commun, le sommet de la pyramide.

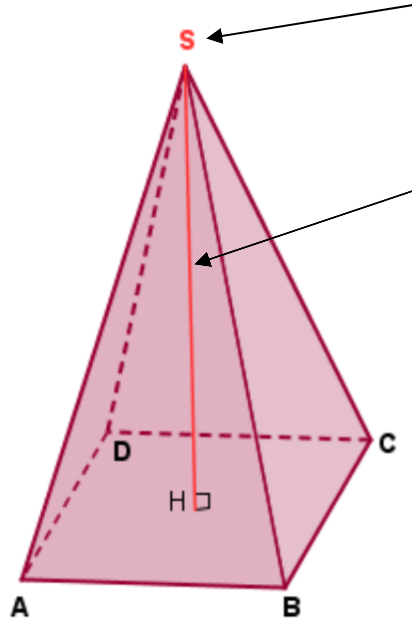
La hauteur d'une pyramide est la droite passant par le sommet et perpendiculaire à la base
La hauteur désigne aussi la longueur du segment qui a pour extrémités le sommet de la pyramide et le pied de la hauteur

2) Exemples

Exemple 1

S est le sommet de la pyramide

[SH] est la hauteur de la pyramide



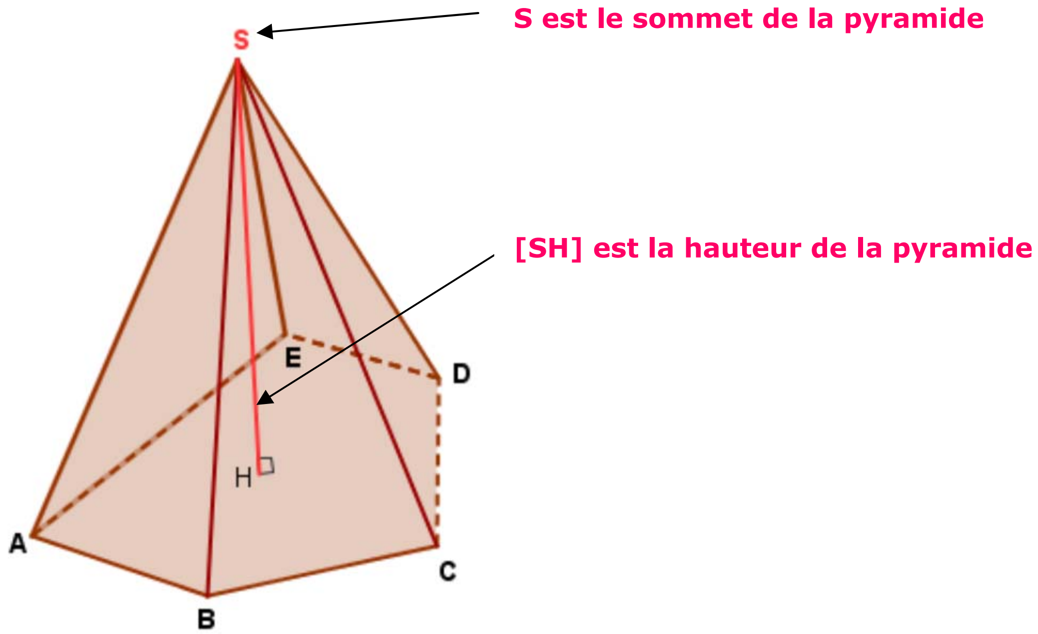
La base de la pyramide est le carré ABCD.

Les faces latérales sont les triangles SAB ; SBC
SAD , et SDC

Le point S est le sommet de la pyramide

La hauteur est le segment [SH]

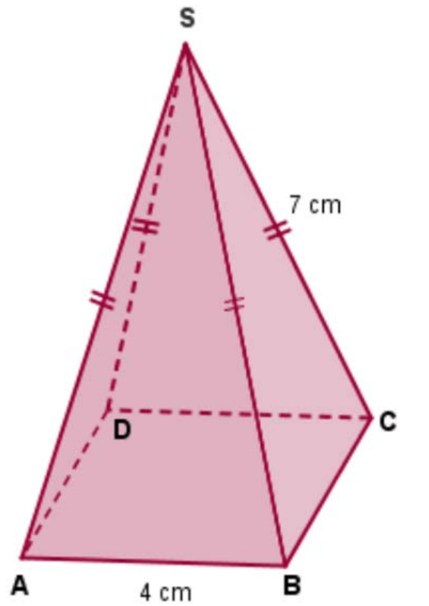
Exemple 2



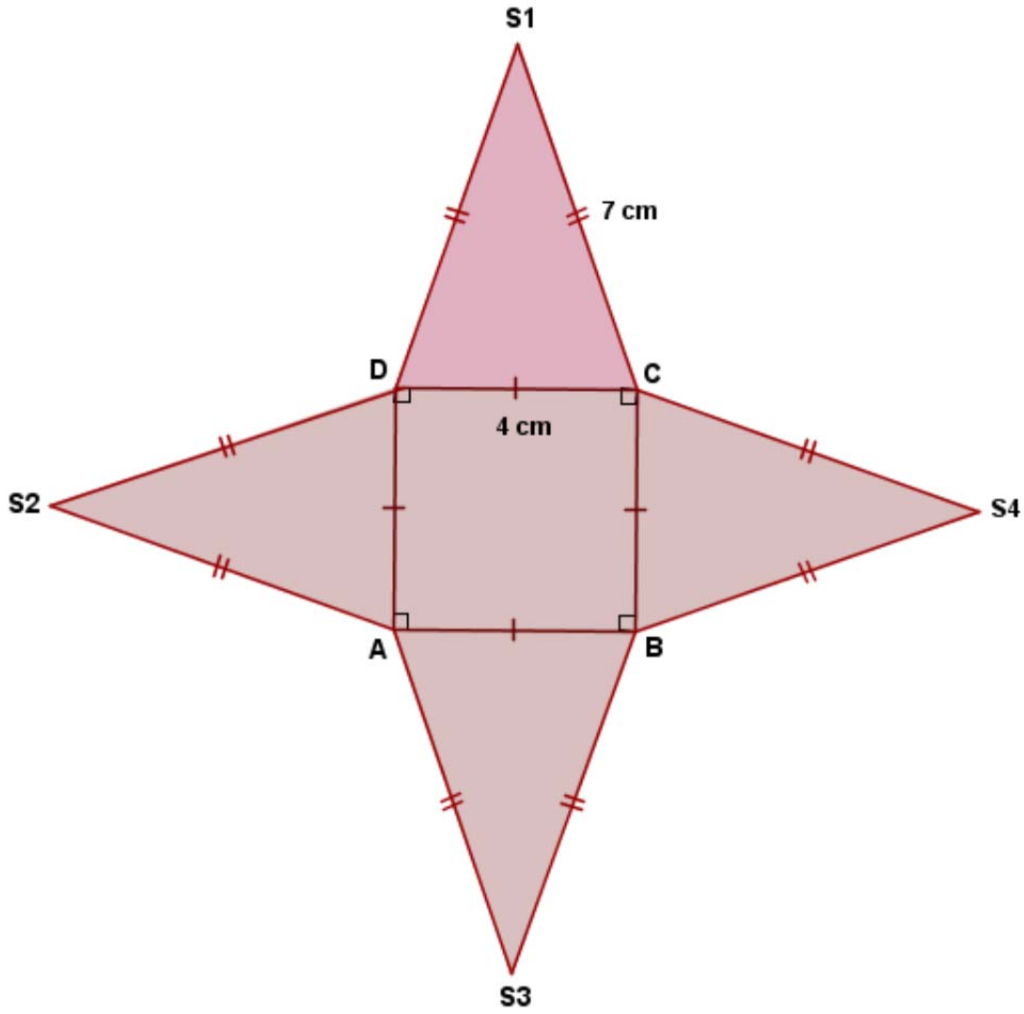
La base de la pyramide est le pentagone ABCDE.
Les faces latérales sont les triangles SAB ; SBC, SDC ; SED et SAE
Le point S est le sommet de la pyramide
La hauteur est le segment [SH]

3) Patron d'une pyramide

Exemple : Tracer le patron de la pyramide ci-dessous :



Le patron est :



II) Le cône de révolution

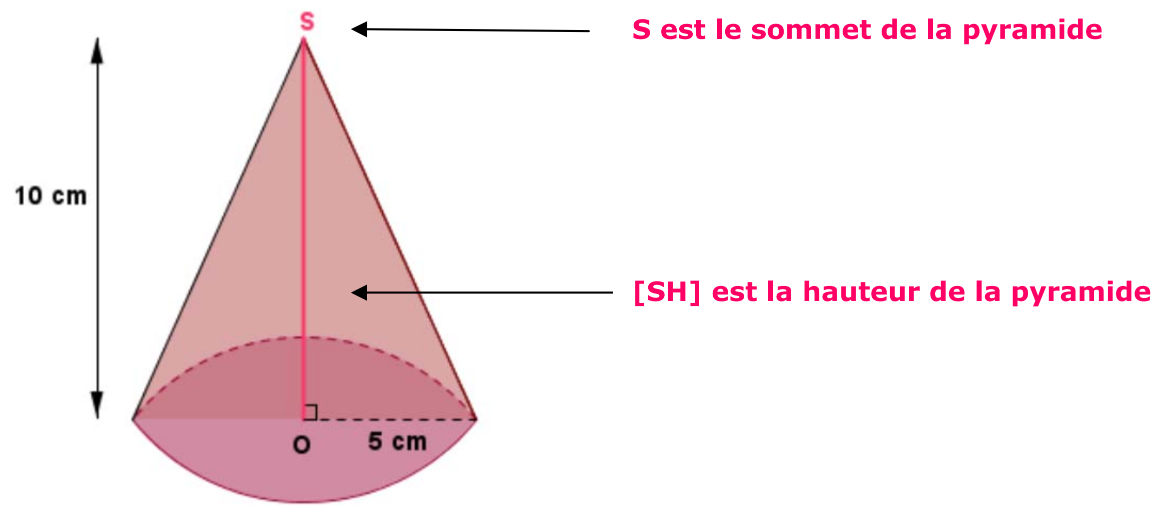
1) Définitions

En faisant tourner un triangle rectangle autour d'un
de ses côtés de l'angle droit on obtient un cône de révolution.

Le cône de révolution est un solide composé
- **d'un sommet** S
- **d'une base : un disque**

La hauteur d'un cône de révolution est la droite passant par le sommet et le centre de la base
La hauteur désigne aussi la longueur du segment qui a pour extrémités le sommet du cône et le centre de sa base.

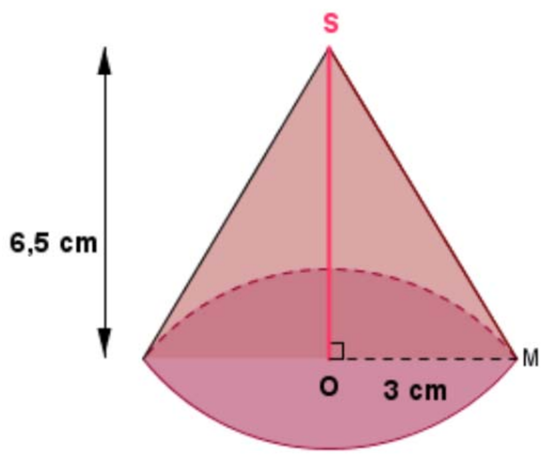
2) Exemple :



Le cône de révolution ci-dessus est un cône de sommet S, dont la base est un disque de rayon 5 cm et dont la hauteur est de 10 cm.

3) Patron d'un cône de révolution :

Exemple : Tracer le patron du cône de révolution de l'exemple ci-dessus (le rayon est de 5 cm et la hauteur est de 10 cm:



OM = 3 cm et SO = 6,5 cm

On calcule d'abord la distance SM (qui est une génératrice de ce cône):

Dans le triangle SOM, d'après le théorème de Pythagore on a :

SM² = SO² + OM²

SM² = 6,5² + 3² = 42,25 + 9 = 51,25

SM = $\sqrt{51{,}25} \approx 7{,}2$ cm. **SM $\approx 7{,}2$ cm.**

On calcule ensuite le périmètre du disque :
$p = 2 \times \pi \times r$
$p = 2 \times \pi \times 3 = 6 \times \pi \approx 18{,}8\, cm$. **Le périmètre du disque est de 18,8 cm**

La longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle au centre correspondant à son arc.

Angle au centre	**360°**	**a°**
Longueur de l'arc	$\mathbf{2 \times \pi \times SM \approx 2 \times 3,14 \times 7,2 \approx 45,2}$	**Périmètre du disque : 18,8 cm**

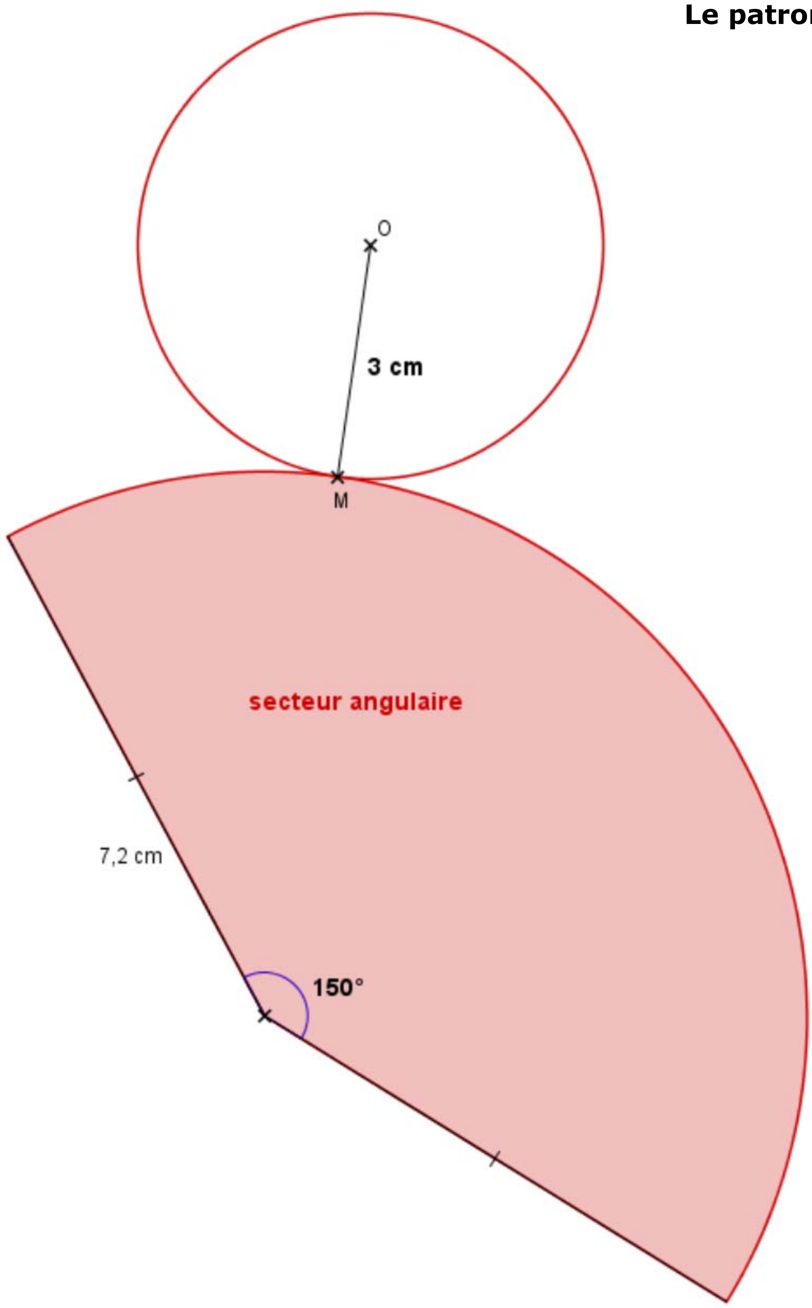
On fait le produit en croix on obtient :

a = $\frac{360 \times 18,8}{45,2} \approx 150°$.

L'angle du secteur circulaire est d'environ 150°

Le périmètre du secteur circulaire doit être égal à celui du disque.

Le patron du cône est donc :



III) Volume d'une pyramide et d'un cône de révolution

1) Propriété

Le volume d'une pyramide ou d'un cône de révolution est :

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

2) Exemples

Exemple 1 : Calculer le volume d'une pyramide dont la base est un carré de côté 4 cm et la hauteur mesure 5,1 cm.

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

L'aire de la base est l'aire du carré dont la longueur des côtés est 4 cm :

$\mathcal{A}$ = 4^2 = 16 cm². L'aire de la base est de 16cm²

$$\mathcal{V} = \frac{16 \times 5,1}{3} = 27,2$$

$\mathcal{V}$ = 27,2cm^3. Le volume de cette pyramide est de 27,2cm^3.

Exemple 2 : Calculer le volume d'un cône de révolution dont la hauteur est 12 cm et de rayon 4,5 cm.

$$\mathcal{V} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

L'aire de la base est l'aire d'un disque de rayon 4,5 cm : $\mathcal{A} = \pi \times r^2$

$\mathcal{A} == \pi \times 4,5^2 = \pi \times 20,25$ $\approx$ 63,59 cm². L'aire de la base est de 63,59 cm²

$$\mathcal{V} = \frac{63,59 \times 12}{3} = 254,36$$

$\mathcal{V}$ = 254,36 cm³. Le volume de ce cône de révolution est de 254,36cm^3.