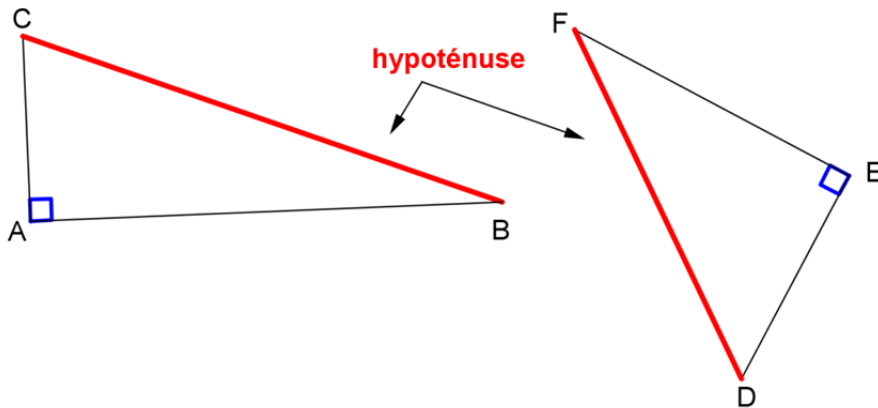


# Le théorème de Pythagore

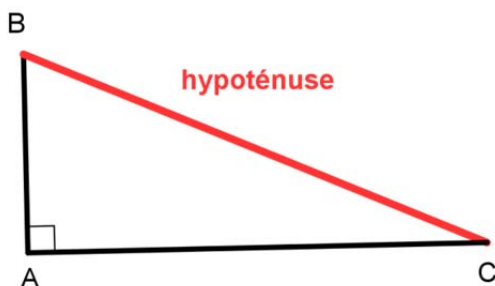
## I) Rappel :

### Définition :

Dans un triangle rectangle le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse**.

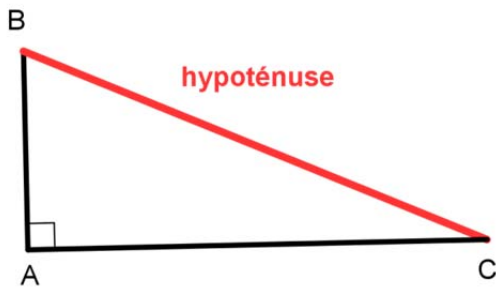


## II) Egalité de Pythagore



- Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.
- Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle

Exemple :



- Si ABC est un triangle rectangle en A alors :  $BC^2 = AB^2 + AC^2$
- Si un triangle ABC est tel que  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  , alors il est rectangle en A.
- L'égalité  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  est appelée **égalité de Pythagore**

Remarque :

La première égalité sert, lorsque nous savons que le triangle est rectangle, à calculer une longueur connaissant les deux autres.

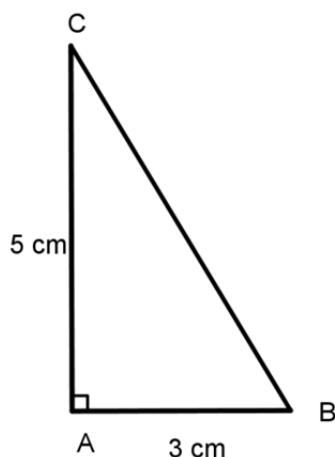
La deuxième égalité sert, lorsque nous connaissons les trois longueurs du triangle, à prouver qu'il est rectangle ou non.

### III) Application :

#### 1) Pour calculer une longueur :

##### a) Exemple 1 (Calculer la longueur de l'hypoténuse)

ABC est rectangle en A . AB = 3 cm et AC = 5 cm . Calculer BC



Le triangle ABC est rectangle en A

L'égalité de Pythagore nous permet d'écrire :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 3^2 + 5^2$$

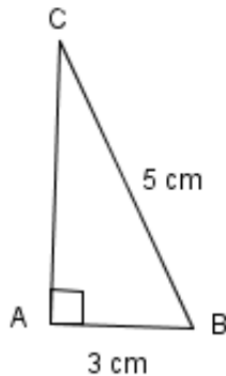
$$BC^2 = 9 + 25 = 34$$

$$\text{Donc } BC = \sqrt{34} \text{ cm}$$

$$BC \approx 5,83 \text{ cm}$$

### b) Exemple 2 (Calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit)

ABC est un triangle rectangle en **A**.  $AB = 3$  cm et  $BC = 5$  cm      Calculer AC



Le triangle ABC est rectangle en **A**

L'égalité de Pythagore nous permet d'écrire :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$5^2 = 3^2 + AC^2$$

$$25 = 9 + AC^2$$

$$AC^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\text{Donc } AC = \sqrt{16} \text{ cm.}$$

$$AC = 4 \text{ cm}$$

### c) Exemple 3 (Prouver qu'un triangle est rectangle)

Soit le triangle ABC tel que :  $AB = 4,5$  cm ;  $BC = 6$  cm et  $AC = 7,5$ cm

**Montrer que ce triangle est rectangle**

• On calcule le carré de la longueur du plus grand côté :  $AC^2 = 7,5^2 = 56,25$

• On calcule la somme des longueurs des carrés des deux autres côtés :

$$AB^2 + BC^2 = 4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25$$

• On compare :  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

• Conclusion:

**L'égalité de Pythagore est vérifiée, le triangle ABC est donc rectangle en B.**

### d) Exemple 4 (Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle)

Soit ABC un triangle tel que  $AB = 4$  cm  $AC = 5$  cm et  $BC = 6$  cm

**Le triangle ABC est-il rectangle ?**

6• On calcule le carré de la longueur du plus grand côté :  $BC^2 = 6^2 = 36$

• On calcule la somme des longueurs des carrés des deux autres côtés :

$$AB^2 + AC^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$$

• On compare :  $36 \neq 41$  alors  $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$

• Conclusion:

**L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée alors le triangle ABC n'est donc pas rectangle.**