Les Angles

I) Angles complémentaires, angles supplémentaires

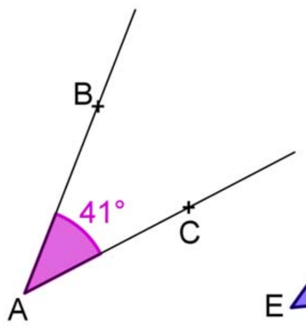
1) Angles complémentaires

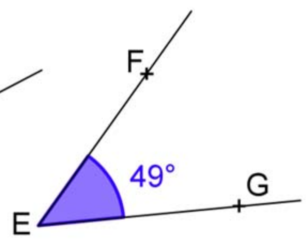
a) Définition

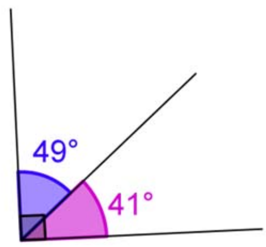
Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est égale à 90°

Exemple :

$\widehat{BAC} = 41°$ et $\widehat{FEG} = 49°$
$\widehat{BAC} + \widehat{FEG} = 41 + 49 = 90°$ donc
Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{FEG}$ sont complémentaires







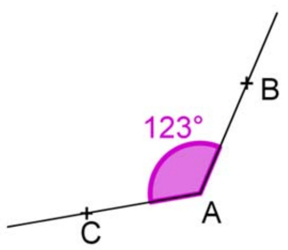
2 Angles supplémentaires

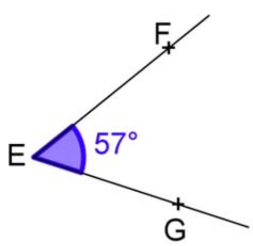
a) Définition

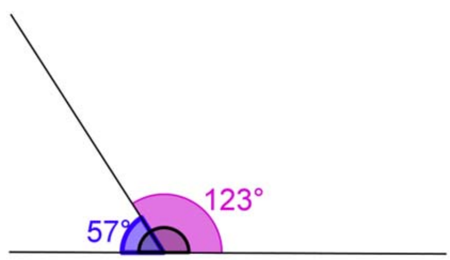
Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est égale à 180°

Exemple :

$\widehat{BAC} = 123°$ et $\widehat{FEG} = 57°$
$\widehat{BAC} + \widehat{FEG} = 123 + 57 = 180°$ donc
Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{FEG}$ sont supplémentaires.





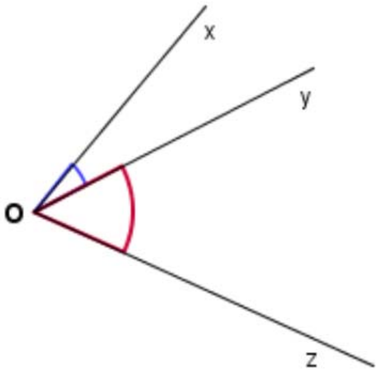


II) Angles adjacents (rappel de 6ème)

1) Définition

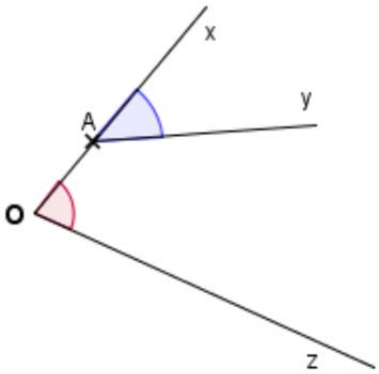
Deux angles sont adjacents lorsque :
• ils ont le même sommet
• ils ont un côté commun
• et sont situés de part et d'autre de ce côté commun

2) Exemples



Les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ sont adjacents car :

- **Ils ont le même sommet** : le point O
- **ils ont un côté commun** : la demi-droite [Oy)
- **ils sont situés de part et d'autre** de ce côté commun

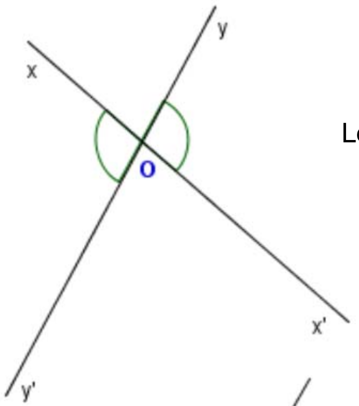


Les angles $\widehat{xAy}$ et $\widehat{xOz}$ ne sont pas adjacents car ils **n'ont pas le même sommet**

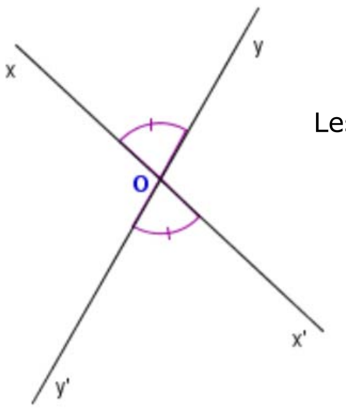
III) Angles opposés par le sommet

1) Définition

Deux angles symétriques par rapport à leur sommet commun sont opposés par le sommet



Les angles $\widehat{xOy'}$ et $\widehat{yOx'}$ sont opposés par le sommet

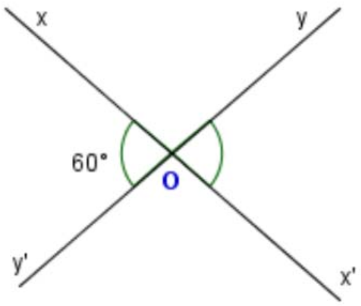


Les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{y'Ox'}$ sont opposés par le sommet

2) propriété :

Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure

Exemple :



Les droites (xx') et (yy') sont sécantes en O . L'angle $\widehat{xOy'}$ mesure 60° .Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{yOx'}$?

Réponse :

Les angles $\widehat{x0y'}$ et $\widehat{y0x'}$ sont opposés par le sommet, ils ont donc la même mesure. On a donc : $\widehat{x0y'} = \widehat{y0x'}$ =60°.

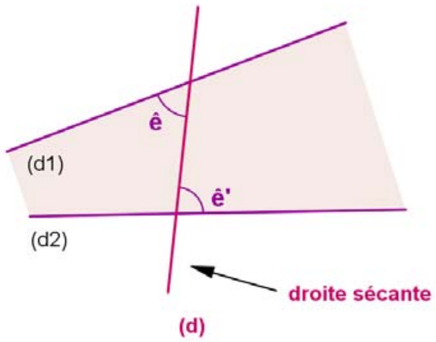
II) Angles définis par deux droites parallèles coupées par une sécante

1) Angles alternes–internes

a) Définition

Lorsque deux droites sont coupées par une sécante, deux angles non adjacents, sont alternes internes si :

- **Ils sont situés de part et d'autre de la sécante**
- **Ils sont situés à l'intérieur de la bande formée par les deux droites**



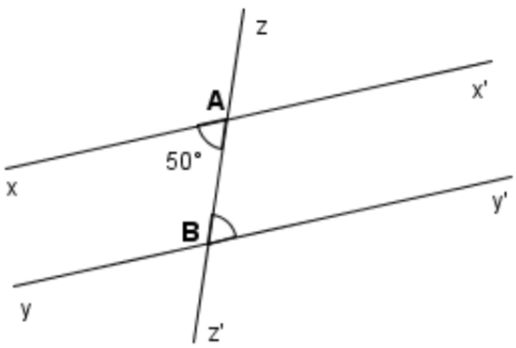
Les angles ê et ê' sont à l'intérieur
de la bande formée par les droites (d1) et (d2) :
partie coloriée, et de part et d'autre de la droite (d)

Les angles ê et ê' sont alternes-internes

b) Propriété

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles alternes internes sont égaux.

Exemple :



Les droites (xx') et (yy') sont parallèles.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{zBy'}$?

Réponse :

Les droites parallèles (xx') et (yy') sont coupées par la sécante (zz'), les angles $\widehat{xAz'}$ et $\widehat{zBy'}$ sont donc deux angles alternes internes égaux.

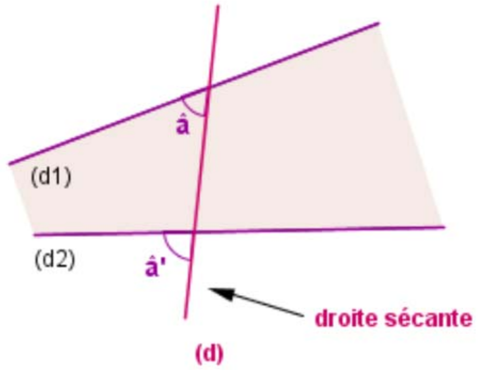
$\widehat{zBy'} = \widehat{xAz'}$ =50°

2) Angles correspondants

a) Définition

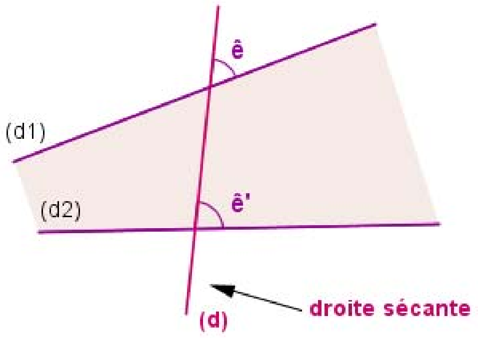
Lorsque deux droites sont coupées par une sécante , deux angles non adjacents, sont correspondants si :

• Ils sont situés du même côté de la sécante
• Un seul des deux angles est situé à l'intérieur de la bande formée par les deux droites



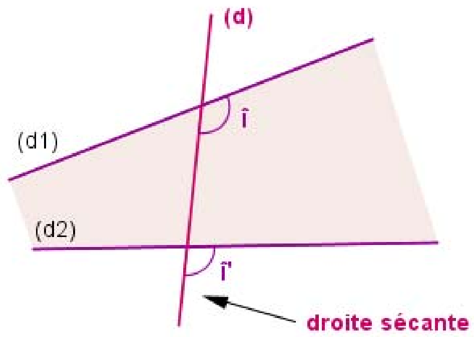
Les angles â et â' sont à gauche de la sécante (d)
L'angle â est à l'intérieur de la bande
formée par les droites (d1) et (d2) : partie coloriée
L'angle â' est à l'extérieur de cette bande.

Les angles â et â' sont correspondants



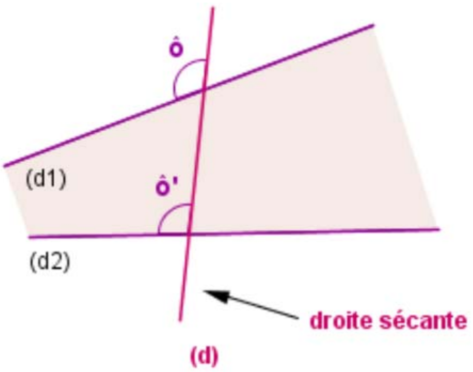
Les angles ê et ê' sont à droite de la sécante (d)
L'angle ê' est à l'intérieur de la bande
formée par les droites (d1) et (d2) : partie coloriée
L'angle ê est à l'extérieur de cette bande.

Les angles ê et ê' sont correspondants



Les angles î et î' sont à droite de la sécante (d)
L'angle î est à l'intérieur de la bande
formée par les droites (d1) et (d2) : partie coloriée
L'angle î est à l'extérieur de cette bande.

Les angles î et î' sont correspondants



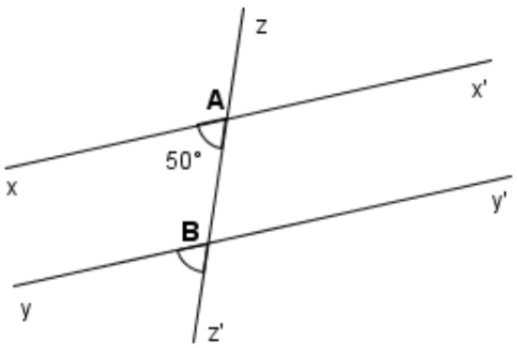
Les angles ô et ô' sont à gauche de la sécante (d)
L'angle ô' est à l'intérieur de la bande
formée par les droites (d1) et (d2) : partie coloriée
L'angle ô est à l'extérieur de cette bande.

Les angles ô et ô' sont correspondants

b) Propriété

Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante alors les angles correspondants sont égaux.

Exemple :



Les droites (xx') et (yy') sont parallèles.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{yBz'}$?

Réponse :

Les droites parallèles (xx') et (yy') sont coupées par la sécante (zz'), les angles $\widehat{xAz'}$ et $\widehat{yBz'}$ sont donc deux angles correspondants égaux.

$\widehat{yBz'} = \widehat{xAz'}$ =50°

III) Sommes des mesures des angles dans un triangle

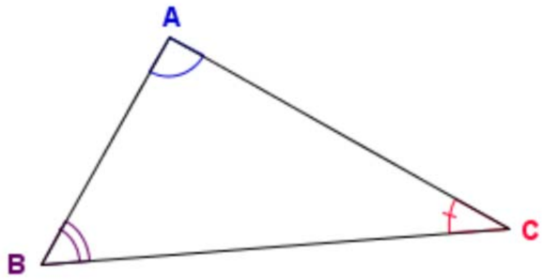
1) Propriété :

La somme des mesures des angles dans un triangle est égale à 180°

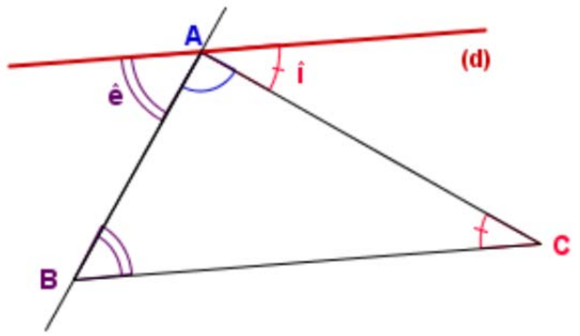
Exemple :

Quelque soit le triangle ABC on a **:**

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$



2) Démonstration



Nous avons tracé la droite (d) parallèle à la droite (BC) passant par le point **A**.

Les droites parallèles (d) et (BC) sont coupées par la sécante (AB), les angles **ê** et $\widehat{B}$ et les angles $\hat{\imath}$ et $\widehat{C}$ sont donc des angles alternes internes égaux. On a donc :

$\hat{e} = \widehat{B}$ et $\hat{\imath} = \widehat{C}$.

De plus on sait que $\hat{\imath} + \hat{A} + \hat{e} = 180°$ (la somme des 3 angles forment un angle plat).

On a donc $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$