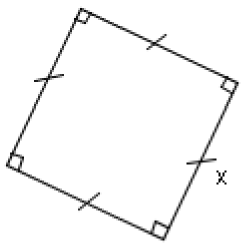
Initiation au calcul littéral et aux équations

I) Calcul littéral

1) Définition

Une expression littérale est une expression où certains nombres sont représentés par des lettres

Exemple :



Soit un carré dont la longueur des côtés est x. Quel est le périmètre de ce carré ?

Solution :

Le périmètre P de ce carré est :

P= $4 \times x$

Cette expression contient la lettre x :
C'est une expression littérale

2) Ecriture simplifiée d'un produit

a) Convention :

Quand il n'y a pas de confusion possible, le signe × peut être supprimé.
Le signe × peut être supprimé devant une lettre ou une parenthèse

b) Exemples :

Les lettres a et x désignent des nombres quelconques :

$7 \times a = 7a$

$4 \times (x + 3) = 4(x + 3)$

$7 \times (6 + 4) = 7(6 + 4)$

c) Notation simplifiée de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction

L'égalité k × (a + b) = k × a + k × b peut s'écrire k (a + b)= ka + kb

L'égalité k × (a - b) = k × a - k × b peut s'écrire k (a - b)= ka - kb

d) Autres notations

Le produit a × a se note a^2 et se lit « a au carré »

Exemple : $4^2 = 4 \times 4 = 16$

Le produit a × a × a se note a^3 et se lit « a au cube»

Exemple : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

Le produit 1 × a se note a

Exemple : Si x représente un nombre $1\,x = x$

3) Développement et factorisation

a) Développement

Définition :

Développer un produit revient à transformer ce produit en une somme ou en une différence

Exemple 1 : Développer le produit $3(7+x)$

On utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition :

$3(7+x) = 3 \times 7 + 3 \times x = 21 + 3x$ $\qquad$ $21 + 3x$ est une somme

Exemple 2 : Développer le produit $5(9-x)$

On utilise la distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction :

$5(9-x) = 5 \times 9 - 5 \times x = 45 - 5x$ $\qquad$ $45 - 5x$ est une différence

b) Factorisation

Définition :

Factoriser une somme ou une différence revient à transformer cette somme ou cette différence en un produit

Exemple 1 : Factoriser la somme $16x + 5x$

On utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition :

$16x + 5x = x(16+5) = 21x$ $\qquad$ $21x$ est un produit

Exemple 2 : Factoriser la différence $21x - 14$

On utilise la distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction : (on remarque que 21 et 14 sont deux multiples de 7)

$21x - 14 = 7 \times 3x - 7 \times 2 = 7\,(3x - 2)$ $7\,(3x - 2)$ est un produit

II) Equations :

1) Tester si une égalité est vraie ou fausse

a) Exemple 1

L'égalité $7x + 8 = 12x - 4$ est –elle vraie pour x = 6 ?

Méthode :

1) On remplace x par 6 dans l'expression située à gauche de l'égalité :

$7 \times 6 + 8 = 42 + 8 = 50$

2) Puis on remplace x par 6 dans l'expression située à droite de l'égalité :

$12 \times 6 - 4 = 72 - 4 = 68$

3) On compare les deux résultats obtenus

Les deux résultats obtenus sont différents donc l'égalité 7 x + 8 = 12 x -4 est fausse pour x = 6

b) Exemple 2

L'égalité 9x + 8 = 7 x +10 est –elle vraie pour x = 1 ?

Méthode :

1) On remplace x par 1 dans l'expression située à gauche de l'égalité :

$9 \times 1 + 8 = 9 + 8 = 17$

2) Puis on remplace x par 1 dans l'expression située à droite de l'égalité :

$7 \times 1 + 10 = 7 + 10 = 17$

3) On compare les deux résultats obtenus

Les deux résultats obtenus sont égaux donc l'égalité :

9 x + 8 = 7 x +10 est vraie pour x = 1.

On dit que **1 est solution de l'équation** : 9 x + 8 = 7 x +10

2) Résoudre une équation

a) Exemple 1, équation de la forme $a + x = b$:

Dans l'égalité 6 + **...** = 25, on remplace le nombre manquant par la lettre x. L'égalité s'écrit alors $\mathbf{6} + x = \mathbf{25}$

$x = 25 - 6 = 19$ donc $\boxed{x = 19}$

b) Exemple 2 , équation de la forme $x - a = b$:

Résoudre l'équation $x - 21 = 12$

$x = 12 + 21 = 33$ donc $\boxed{x = 33}$

c) Exemple 3 , équation de la forme $a - x = b$:

Résoudre l'équation $24 - x = 14$ soit $14 + x = 24$
on a donc comme dans l'exemple 1 :

$x = 24 - 14 = 10$ donc $\boxed{x = 10}$

d) Exemple 4, équation de la forme $ax = b$:

Résoudre l'équation $12\,x = 24$

$x = \frac{24}{12} = 2$ donc $\boxed{x = 2}$

e) Exemple 5, équation de la forme $\frac{x}{a} = b$:

Résoudre l'équation $\frac{x}{7} = 11$ $x = 7 \times 11 = 77$ donc $\boxed{x = 77}$

f) Exemple 6 , équation de la forme : $\frac{a}{x} = b$:

Résoudre l'équation $\frac{21}{x} = 3$ donc $3x = 21$ nous avons donc : $x = \frac{21}{3}$ soit $\boxed{x = 7}$