

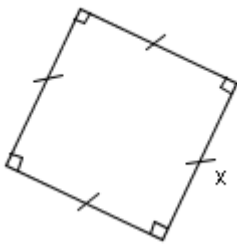
Initiation au calcul littéral et aux équations

I) Calcul littéral

1) Définition

Une expression littérale est une expression où certains nombres sont représentés par des lettres

Exemple :



Soit un carré dont la longueur des côtés est x . Quel est le périmètre de ce carré ?

Solution :

Le périmètre P de ce carré est :

$$P = 4 \times x$$

Cette expression contient la lettre x :
C'est une expression littérale

2) Ecriture simplifiée d'un produit

a) Convention :

Quand il n'y a pas de confusion possible, le signe \times peut être supprimé.
Le signe \times peut être supprimé devant une lettre ou une parenthèse

b) Exemples :

Les lettres a et x désignent des nombres quelconques :

$$7 \times a = 7a$$

$$4 \times (x + 3) = 4(x + 3)$$

$$7 \times (6 + 4) = 7(6 + 4)$$

c) Notation simplifiée de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction

L'égalité $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ peut s'écrire $k(a + b) = ka + kb$

L'égalité $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ peut s'écrire $k(a - b) = ka - kb$

d) Autres notations

Le produit $a \times a$ se note a^2 et se lit « a au carré »

Exemple : $4^2 = 4 \times 4 = 16$

Le produit $a \times a \times a$ se note a^3 et se lit « a au cube »

Exemple : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$

Le produit $1 \times a$ se note a

Exemple : Si x représente un nombre $1 \times x = x$

3) Développement et factorisation

a) Développement

Définition :

Développer un produit revient à transformer ce produit en une somme ou en une différence

Exemple 1 : Développer le produit $3(7 + x)$

On utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition :

$$3(7 + x) = 3 \times 7 + 3 \times x = 21 + 3x \qquad 21 + 3x \text{ est une somme}$$

Exemple 2 : Développer le produit $5(9 - x)$

On utilise la distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction :

$$5(9 - x) = 5 \times 9 - 5 \times x = 45 - 5x \qquad 45 - 5x \text{ est une différence}$$

b) Factorisation

Définition :

Factoriser une somme ou une différence revient à transformer cette somme ou cette différence en un produit

Exemple 1 : Factoriser la somme $16x + 5x$

On utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition :

$$16x + 5x = x(16 + 5) = 21x \qquad 21x \text{ est un produit}$$

Exemple 2 : Factoriser la différence $21x - 14$

On utilise la distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction : (on remarque que 21 et 14 sont deux multiples de 7)

$$21x - 14 = 7 \times 3x - 7 \times 2 = 7(3x - 2) \quad 7(3x - 2) \text{ est un produit}$$

II) Equations :

1) Tester si une égalité est vraie ou fausse

a) Exemple 1

L'égalité $7x + 8 = 12x - 4$ est -elle vraie pour $x = 6$?

Méthode :

1) On remplace x par 6 dans l'expression située à gauche de l'égalité :

$$7 \times 6 + 8 = 42 + 8 = 50$$

2) Puis on remplace x par 6 dans l'expression située à droite de l'égalité :

$$12 \times 6 - 4 = 72 - 4 = 68$$

3) On compare les deux résultats obtenus

Les deux résultats obtenus sont différents donc l'égalité $7x + 8 = 12x - 4$ est fausse pour $x = 6$

b) Exemple 2

L'égalité $9x + 8 = 7x + 10$ est -elle vraie pour $x = 1$?

Méthode :

1) On remplace x par 1 dans l'expression située à gauche de l'égalité :

$$9 \times 1 + 8 = 9 + 8 = 17$$

2) Puis on remplace x par 1 dans l'expression située à droite de l'égalité :

$$7 \times 1 + 10 = 7 + 10 = 17$$

3) On compare les deux résultats obtenus

Les deux résultats obtenus sont égaux donc l'égalité :

$$9x + 8 = 7x + 10 \text{ est vraie pour } x = 1.$$

On dit que **1 est solution de l'équation** : $9x + 8 = 7x + 10$

2) Résoudre une équation

a) Exemple 1, équation de la forme $a + x = b$:

Dans l'égalité $6 + \dots = 25$, on remplace le nombre manquant par la

lettre x . L'égalité s'écrit alors $6 + x = 25$

$$x = 25 - 6 = 19 \text{ donc } \boxed{x = 19}$$

b) Exemple 2, équation de la forme $x - a = b$:

Résoudre l'équation $x - 21 = 12$

$$x = 12 + 21 = 33 \text{ donc } \boxed{x = 33}$$

c) Exemple 3, équation de la forme $a - x = b$:

Résoudre l'équation $24 - x = 14$ soit $14 + x = 24$

on a donc comme dans l'exemple 1 :

$$x = 24 - 14 = 10 \text{ donc } \boxed{x = 10}$$

d) Exemple 4, équation de la forme $ax = b$:

Résoudre l'équation $12x = 24$

$$x = \frac{24}{12} = 2 \text{ donc } \boxed{x = 2}$$

e) Exemple 5, équation de la forme $\frac{x}{a} = b$:

Résoudre l'équation $\frac{x}{7} = 11$

$$x = 7 \times 11 = 77 \text{ donc } \boxed{x = 77}$$

f) Exemple 6, équation de la forme $\frac{a}{x} = b$:

Résoudre l'équation $\frac{21}{x} = 3$ donc $3x = 21$ nous avons donc : $x = \frac{21}{3}$ soit $\boxed{x = 7}$