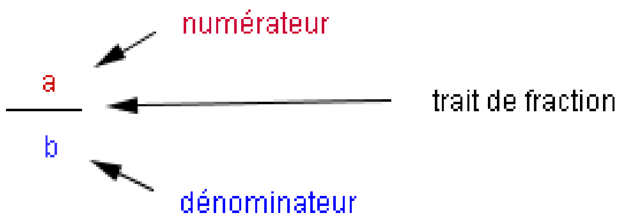
Ecritures fractionnaires :

I) Ecritures fractionnaires d’un quotient (Révision de 6e)

1) Définitions:

La notation $\frac{a}{b}$ (b≠0) est une écriture fractionnaire.

Le nombre a est le numérateur.
Le nombre b est le dénominateur.



Lorsque a et b (b ≠ 0) sont des nombres entiers,

l’écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ est appelée fraction

Exemples :

$\frac{3}{4}$ est une fraction : **3** est son **numérateur** et **4** est son **dénominateur**

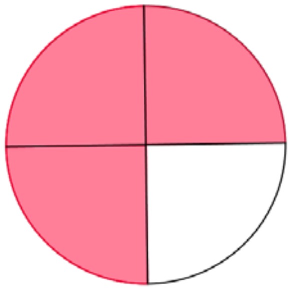
$\frac{3,2}{7,8}$ est une écriture fractionnaire : 3,2 est son numérateur 7,8 est son dénominateur.

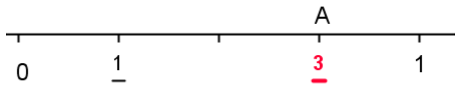
2) Tableau récapitulatif :

<table>
<tr>
<td>Quotient de 3 par 4:

$\frac{3}{4}$</td>
<td>Valeur décimale de $\frac{3}{4}$:

$3 \div 4 = 0{,}75$

Dans ce cas $\frac{3}{5}$ est un nombre décimal</td>
<td>Fraction et partage :
on a colorié les $\frac{3}{4}$ du cercle
</td>
<td>Fraction et demi-droite graduée :

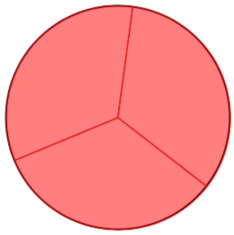
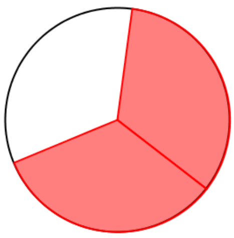
On a placé sur la demi-droite graduée le point A d'abscisse $\frac{3}{4}$:

</td>
</tr>
<tr>
<td>Quotient de 5 par 3:

$\frac{5}{3}$</td>
<td>Valeur décimale de $\frac{5}{3}$:

$5 \div 3 \approx 1{,}6666$

La division ne se termine pas

Dans ce cas $\frac{5}{3}$ n'est pas un nombre décimal

On ne peut écrire qu'une valeur approchée</td>
<td>Fraction et partage :
on a colorié les $\frac{5}{3}$ du cercle


$\frac{5}{3}$ correspond à un cercle entier et les $\frac{2}{3}$ du 2ème cercle : $\frac{5}{3}=\frac{3}{3}+\frac{2}{3}=1+\frac{2}{3}$</td>
<td>Fraction et demi-droite graduée :

On a placé sur la demi-droite graduée le point A d'abscisse $\frac{5}{3}$:

</td>
</tr>
</table>

II) Divisibilité (révision de 6e):

1) Définitions

Un nombre a **est un** multiple **d'un nombre** b (b ≠ 0)
lorsque le reste **de la** division euclidienne **de** a **par** b **est égale à** 0**.**

Exemples

8 est multiple de 4 car :

$$\begin{array}{r|l} 8 & 4 \\ \cline{2-2} \mathbf{0} & 2 \end{array}$$

217 est un multiple de 7 car :

$$\begin{array}{r|l} 217 & 7 \\ \cline{2-2} 07 & 31 \\ \mathbf{0} & \end{array}$$

Remarque :

On dit aussi que :

4 est un **diviseur de** 8
8 est **divisible par** 4

7 est un **diviseur de** 217
217 est **divisible par** 7

2) Critères de divisibilité par 2 ; 5 ; 4 ; 3 et 9

a) Critère de divisibilité par 2 :

Un nombre est divisible par 2 (ou est un multiple de 2)
si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8

Exemples :

1 79**8** ; 11 20**0** ; 14575**6** sont divisibles par **2**

b) Critère de divisibilité par 3:

Un nombre est divisible par 3 (ou est un multiple de 3)
si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 3

Exemples :

12654 est divisible par **3** car 1+2+6+5+4=**18** et **18** est divisible par **3** (6 × 3 = 18)

132621 est divisible par **3** car 1+3+2+6+2+1=**15** et **15** est divisible par **3** (5 × 3 = 15)

c) Critère de divisibilité par 4 :

Un nombre est divisible par 4 (ou est un multiple de 4)
si le nombre composé des deux derniers chiffres est divisible par 4

Exemples :

17**16** est divisible par **4** car le nombre formé des deux derniers chiffres est **16** et **16** est divisible par **4. .**(4 × 4 = 16)

69**24** est divisible par **4** car le nombre formé des deux derniers chiffres est **24** et **24** est divisible par **4**.(6 × 4 = 24)

d) Critère de divisibilité par 5 :

**Un nombre est divisible par 5 (ou est un multiple de 5)
si son chiffre des unités est 0 ou 5**

Exemples :

2 79**5** ; 23 20**0** ; 14575**5** sont divisibles par **5**

e) Critère de divisibilité par 9

**Un nombre est divisible par 9 (ou est un multiple de 9)
si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 9**

Exemples :

12654 est divisible par **9** car 1+2+6+5+4=**18** et **18** est divisible par **9** (9 × 2 =18)

189261 est divisible par **9** car 1+8+9+2+6+1=**27** et **27** est divisible par **9** (9 × 3 = 27)

III) Proportion

Définition :

Pour ($b \neq 0$) $\frac{a}{b}$ désigne une proportion.

Exemple :

Parmi les 24 élèves de la classe de 5ème 8, 17 élèves sont demi-pensionnaires.

$\frac{17}{24}$ est la proportion d'élèves demi-pensionnaires dans la classe

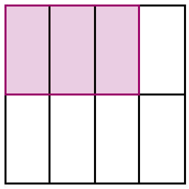
IV) Quotients égaux

1) Propriété

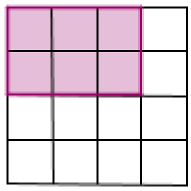
Si on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur d'une écriture fractionnaire par un même nombre (non nul) on obtient une écriture fractionnaire égale

$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ ou $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$ **avec $b \neq 0$ et $k \neq 0$**

Exemples graphiques:



On a colorié les $\frac{3}{8}$ du carré



On a colorié les $\frac{6}{16}$ du carré.

On a colorié la même quantité

et $\frac{3}{8} = \frac{3 \times 2}{8 \times 2} = \frac{6}{16}$

Exemples numériques :

$\frac{8}{5} = \frac{8 \times 7}{5 \times 7} = \frac{56}{35}$ $\qquad \frac{7,95}{8,1} = \frac{7,95 \times 100}{8,1 \times 100} = \frac{795}{810}$ $\qquad \frac{21}{56} = \frac{21 \div 7}{56 \div 7} = \frac{3}{8}$

2) Simplifier une fraction

Définition

Simplifier une fraction veut dire trouver une fraction égale **dont le numérateur** et **le dénominateur sont les** plus petits possibles**.**

Lorsqu'une fraction ne peut pas être simplifiée, on dit qu'elle est irréductible.

Exemples

$\frac{63}{72} = \frac{63 \div 9}{72 \div 9} = \frac{7}{8}$ On repère que 63 et 72 sont des **multiples** de **9**.

$\frac{7}{3}$ est **irréductible** car 7 et 3 ne sont multiples que de 1.

$\frac{124}{48} = \frac{124 \div 4}{48 \div 4} = \frac{31}{12}$ On repère que 124 et 48 sont deux **multiples** de **4**

Remarque :

Pour simplifier une fraction, on peut utiliser les critères de divisibilité

V) Comparaison de deux nombres en écriture fractionnaire

1) Les écritures fractionnaires ont le même dénominateur

Propriété :

Si deux nombres en écriture fractionnaire ont le même dénominateur **alors** le plus petit **est celui qui a** le plus petit numérateur **:**

Si a <b alors $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ avec $(c \neq 0)$

Exemples :

$\frac{7}{8} < \frac{13}{8}$ car $7 < 13$

$\frac{11}{20} > \frac{3}{20}$ car $11 > 3$

2) Les écritures fractionnaires ont le même numérateur

Propriété :

Si deux nombres en écriture fractionnaire ont le même numérateur alors le plus petit est celui qui a le plus grand dénominateur:

Si c <d (c≠0et d≠0) alors $\frac{a}{c} > \frac{a}{d}$**.**

Exemples :

Si Julien mange **1** part de gâteaux qui est coupé en **9** parts **égales** sa part de gâteaux sera **plus grande que si** il mange **1** part de gâteaux qui est coupé en **11** parts égales.

$\frac{1}{9} > \frac{1}{11}$ car $9 < 11$

$\frac{5}{12} < \frac{5}{4}$ car $12 > 4$

3) Cas général

Pour comparer deux écritures fractionnaires qui ont des dénominateurs différents, on commence par les écrire avec le même dénominateur.

En classe de 5ème nous ne traitons que le cas où l'un des dénominateurs est multiple de l'autre

Exemple :

Comparer les fractions $\frac{2}{5}$ et $\frac{7}{15}$.

15 est un multiple de 5 donc le dénominateur commun sera 15

$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$ comme $6 < 7$ alors $\frac{6}{15} < \frac{7}{15}$ et donc $\frac{2}{5} < \frac{7}{15}$