

Écritures Fractionnaires et opérations

I Addition et soustraction de deux nombres en écriture fractionnaire

1) Les écritures fractionnaires ont le même dénominateur

a) La somme

Pour calculer la somme de deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur :

- On additionne les numérateurs
- On garde le même dénominateur

Pour tout nombre a b et c (c ≠ 0) : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

Exemple :

$$\frac{2}{7} + \frac{11}{7} = \frac{2+11}{7} = \frac{13}{7}$$

b) La différence

Pour calculer la différence de deux nombres en écriture fractionnaire de même dénominateur :

- On soustrait les numérateurs
- On garde le même dénominateur

Pour tout nombre a b et c (c ≠ 0) $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

Exemple :

$$\frac{12}{13} - \frac{4}{13} = \frac{12-4}{13} = \frac{8}{13}$$

2) Les écritures fractionnaires n'ont pas le même dénominateur

Méthode :

Pour additionner ou soustraire deux écritures fractionnaires qui ont des dénominateurs différents, on commence par les écrire avec le même dénominateur.

En classe de 5ème nous ne traitons que le cas où l'un des dénominateurs est multiple de l'autre

Exemples :

$$\frac{2}{5} + \frac{7}{15} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} + \frac{7}{15} = \frac{6}{15} + \frac{7}{15} = \frac{13}{15}$$

15 est un multiple de 5 car $3 \times 5 = 15$ donc le dénominateur commun sera 15

$$\frac{2}{7} - \frac{3}{49} = \frac{2 \times 7}{7 \times 7} - \frac{3}{49} = \frac{14}{49} - \frac{3}{49} = \frac{11}{49}$$

49 est un multiple de 7 car $7 \times 7 = 49$ donc le dénominateur commun sera 49

II Multiplication en écriture fractionnaire

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour $b \neq 0$ et $d \neq 0$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemples :

$$\frac{2}{7} \times \frac{5}{11} = \frac{2 \times 5}{7 \times 11} = \frac{10}{77}$$

$$\frac{5}{9} \times 7 = \frac{5}{9} \times \frac{7}{1} = \frac{5 \times 7}{9 \times 1} = \frac{35}{9}$$

Il ne faut pas oublier de simplifier avant de multiplier !!

Exemple 1

$$\frac{25}{21} \times \frac{14}{15} = \frac{25 \times 14}{21 \times 15} = \frac{\cancel{5} \times 5 \times 2 \times \cancel{7}}{3 \times \cancel{7} \times 3 \times \cancel{5}} = \frac{5 \times 2}{3 \times 3} = \frac{10}{9}$$

On remarque que 25 et 15 sont deux multiples de 5, et que 21 et 14 sont deux multiples de 7. On simplifie alors le produit par 5 et 7

Exemple 2

$$\frac{24}{10} \times \frac{45}{56} = \frac{24 \times 45}{10 \times 56} = \frac{\cancel{3} \times 3 \times 9 \times \cancel{5}}{2 \times \cancel{5} \times 7 \times \cancel{8}} = \frac{3 \times 9}{2 \times 7} = \frac{27}{14}$$

On remarque que 24 et 56 sont deux multiples de 8, et que 10 et 45 sont deux multiples de 5. On simplifie le produit par 8 et 5

III Fraction d'une quantité

Pour calculer la fraction d'une quantité on multiplie cette quantité par la fraction

Exemple :

Christelle avait 48€ dans son porte-monnaie ce matin.

Elle en a dépensé les $\frac{3}{4}$.

Quelle somme a-t-elle dépensé ?

On veut calculer les $\frac{3}{4}$ de 48 €. : $48 \times \frac{3}{4} = \frac{48 \times 3}{4} = \frac{\cancel{4} \times 12 \times 3}{\cancel{4} \times 1} = \frac{36}{1} = 36$

Elle a dépensé 36 €.

IV Fraction de fraction

Pour calculer une fraction de fraction, on multiplie les fractions entre elles

Exemple 1 :

Calculer les $\frac{3}{7}$ de $\frac{8}{5}$:

$$\frac{3}{7} \times \frac{8}{5} = \frac{3 \times 8}{7 \times 5} = \frac{24}{35}$$

Les $\frac{3}{7}$ de $\frac{8}{5}$ représentent $\frac{24}{35}$

Exemple 2 :

Dans une classe de 5ème chaque élève étudie normalement **une** seule langue.

$\frac{2}{3}$ des élèves étudient l'**anglais** et les **autres** l'**allemand**

Parmi ceux qui étudient l'anglais, les $\frac{2}{5}$ sont des filles.

Quelle fraction des élèves représentent les filles qui étudient l'anglais ?

$\frac{2}{3}$ des élèves étudient l'anglais et parmi eux $\frac{2}{5}$ sont des filles.

Il suffit de calculer les $\frac{2}{5}$ de $\frac{2}{3}$: $\frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$

Les filles qui étudient l'anglais représente les $\frac{4}{15}$ du nombre d'élèves.