

Parallélogrammes Particuliers

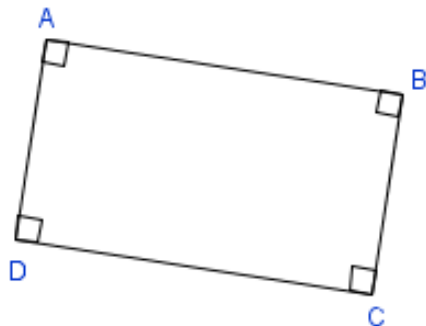
I) Définitions et propriétés

Les parallélogrammes particuliers étudiés sont les rectangles, les carrés et les losanges.

1) Le rectangle

a) Définition :

Un rectangle est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits

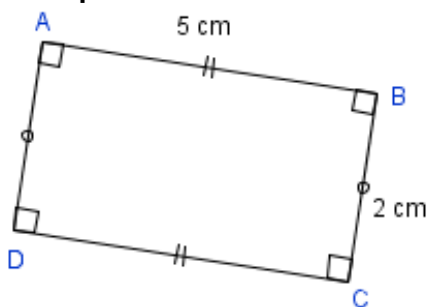


b) Propriétés :

Propriété 1

Un rectangle a ses côtés opposés parallèles et de même longueur :
C'est un parallélogramme particulier

Exemple :

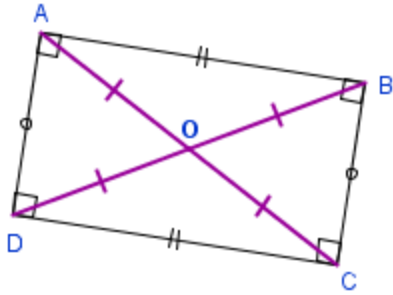


ABCD est un rectangle alors :
(BC) // (AD) et (AB) // (CD)
 $AB = CD = 5 \text{ cm}$ et $AD = CB = 2 \text{ cm}$

Propriété 2

Les diagonales du rectangle ont le même milieu et la même longueur

Exemple :

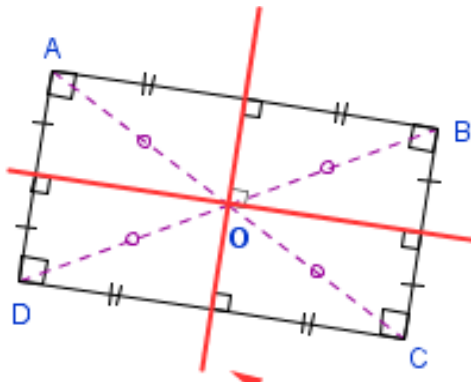


ABCD est un rectangle alors :
O est le milieu des diagonales [AC] et [BD] et
 $AC = BD$. On a aussi :
 $OA = OB = OC = OD$

Propriété 3 :

Un rectangle a :

- Un centre de symétrie, le point d'intersection des diagonales ;
- Deux axes de symétrie, les médiatrices de ses côtés



Le point O est le centre de symétrie :
Il est le point d'intersection des axes de symétrie
Il est aussi le point d'intersection des deux diagonales

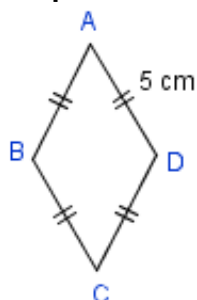
axes de symétrie

2) Le losange

a) Définition :

Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur

Exemple :



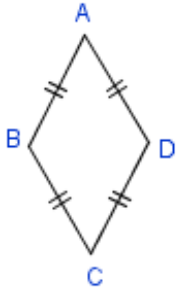
$$AB = BC = CD = AD = 5 \text{ cm}$$

b) Propriétés :

Propriété 1

**Un losange a ses côtés opposés parallèles :
C'est un parallélogramme particulier**

Exemple :

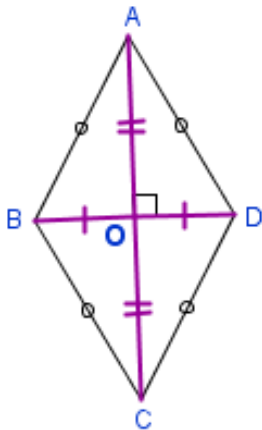


ABCD est un losange alors :
 $(BC) \parallel (AD)$ et $(AB) \parallel (CD)$

Propriété 2

Les diagonales du losange ont le même milieu et sont perpendiculaires

Exemple :

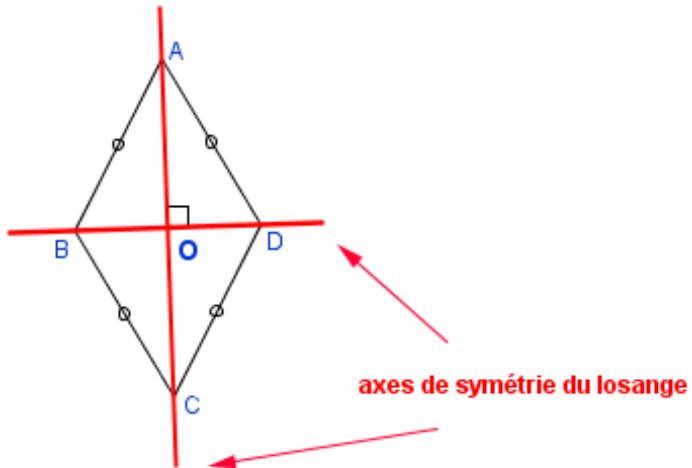


ABCD est un losange alors :
O est le milieu des diagonales [AC] et [BD] et
 $(AC) \perp (BD)$.

Propriété 3 : axes et centre de symétrie

Un losange a :

- Un centre de symétrie, le point d'intersection de ses diagonales ;
- Deux axes de symétrie, ses diagonales



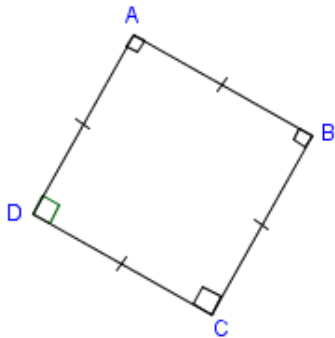
Le point **O** est le centre de symétrie :
Il est aussi le point d'intersection
des deux diagonales

3) Le carré

a) Définition :

Si un quadrilatère a ses quatre angles droits et ses quatre côtés de même longueur, alors c'est un carré

Exemple

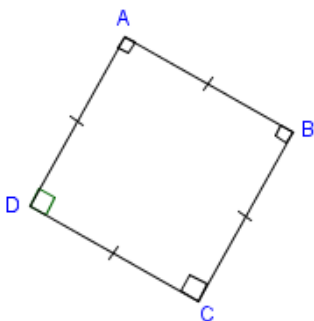


$AB = BC = CD = DA$
 $[AB] \perp [BC]$, $[BC] \perp [CD]$, $[CD] \perp [DA]$ et
 $[DA] \perp [AB]$
 ABCD est alors un carré.

b) Propriétés :

Propriété 1

Un carré a ses côtés opposés parallèles :
C'est un parallélogramme particulier

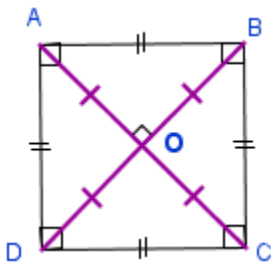


ABCD est un carré alors :
 $(AB) \parallel (CD)$ et $(AD) \parallel (CB)$

Propriété 2

Les diagonales du carré ont le même milieu, la même longueur et sont perpendiculaires

Exemple :



ABCD est un carré alors :

O est le milieu des diagonales [AC] et [BD]

$(AC) \perp (BD)$. et $AC = BD$. On a aussi :

$OA = OB = OC = OD$

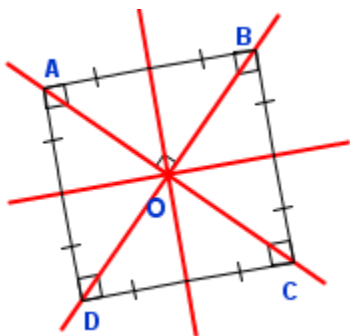
$(OA) \perp (OB)$

Propriété 3 : axes et centre de symétrie

Un carré a :

- Un centre de symétrie, le point d'intersection de ses diagonales ;
- Quatre axes de symétrie : ses diagonales et les médiatrices de ses côtés

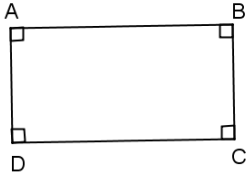
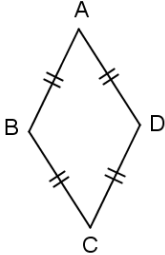
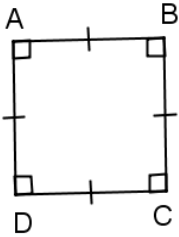
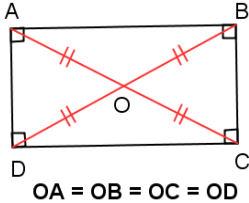
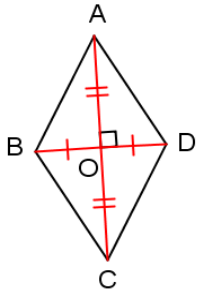
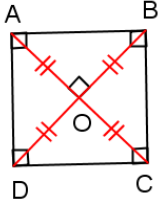
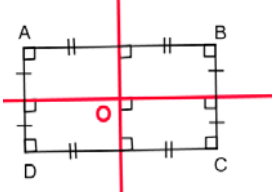
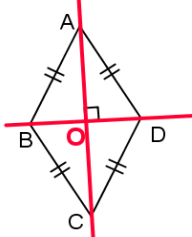
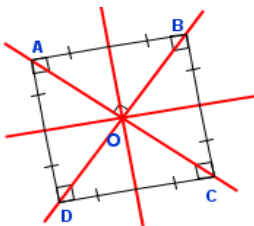
Exemple :



Le point O est le centre de symétrie :

Il est aussi le point d'intersection des axes de symétrie du carré

4) Fiche Récapitulative :

<p>Définition :</p>	<p>Un rectangle est un quadrilatère qui a ses quatre angles droits</p> 	<p>Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur</p> 	<p>Un carré est un quadrilatère qui a ses 4 côtés perpendiculaires et de même longueur</p> 
<p>Propriétés Des diagonales:</p>	<p>Les diagonales du rectangle ont le même milieu et la même longueur</p>  <p>$OA = OB = OC = OD$</p>	<p>Les diagonales du losange ont le même milieu et sont perpendiculaires</p>  <p>$OA = OC$ $OB = OD$ et $(AC) \perp (BD)$</p>	<p>Les diagonales du carré ont le même milieu, la même longueur et sont perpendiculaires</p>  <p>$OA = OB = OC = OD$ $(AC) \perp (BD)$</p>
<p>Axes et centre de symétrie :</p>	<p>Un rectangle a : - Un centre de symétrie, le point d'intersection des diagonales ; - Deux axes de symétrie, les médiatrices de ses côtés</p> 	<p>Un losange a : - Un centre de symétrie, le point d'intersection de ses diagonales ; - Deux axes de symétrie, ses diagonales</p> 	<p>Un carré a : - Un centre de symétrie, le point d'intersection de ses diagonales ; - Quatre axes de symétrie : ses diagonales et les médiatrices de ses côtés</p> 
<p>Le losange, le carré et le rectangle sont des parallélogrammes particuliers ils ont donc toutes les propriétés du parallélogramme (vues dans le chapitre précédent)</p>			

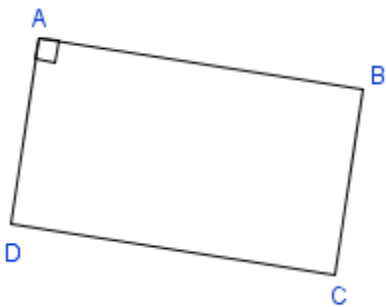
II) Savoir reconnaître les parallélogrammes particuliers

1) Reconnaître le rectangle

a) Propriété 1 :

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs perpendiculaires alors c'est un rectangle

Exemple :

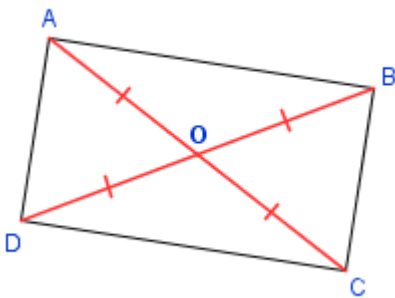


On sait que : ABCD est un parallélogramme et que (AB) et (AD) sont perpendiculaires alors on peut dire que ABCD est un rectangle

b) Propriété 2 :

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle

Exemple :



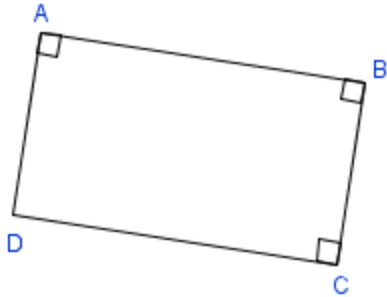
On sait que : ABCD est un parallélogramme et que $AC = BD$

Alors on peut dire que ABCD est un rectangle

c) Propriété 3 :

Si un quadrilatère a trois angles droits alors c'est un rectangle

Exemple :

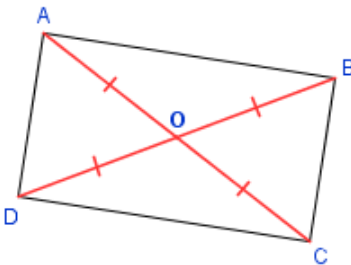


On sait que : ABCD est un parallélogramme et que : $(AB) \perp (BC)$, $(BC) \perp (CD)$ et $(AD) \perp (AB)$
alors on peut dire que ABCD est un rectangle

d) Propriété 4 :

Si les diagonales d'un quadrilatère ont la même longueur et se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un rectangle

Exemple :



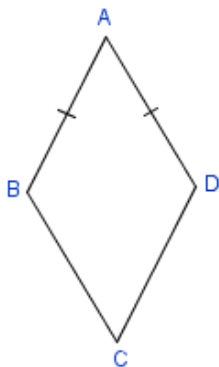
On sait que : $OA = OB = OC = OD$
alors on peut dire que ABCD est un rectangle

2) Reconnaître le losange

a) Propriété 1

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange

Exemple :

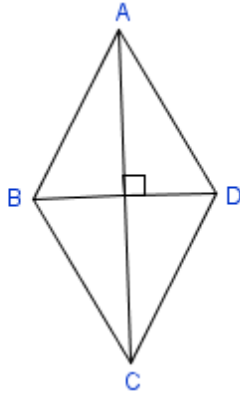


On sait que : ABCD est un parallélogramme et que $AB = AD$
alors on peut dire que ABCD est un losange

b) Propriété 2

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange

Exemple :



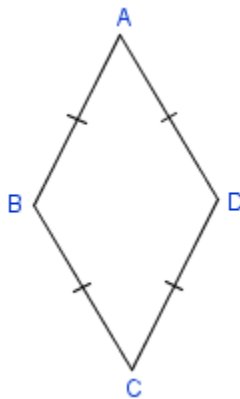
On sait que : ABCD est un parallélogramme et que $(AC) \perp (BD)$

Alors on peut dire que ABCD est un losange

c) Propriété 3

Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur, alors c'est un losange

Exemple :

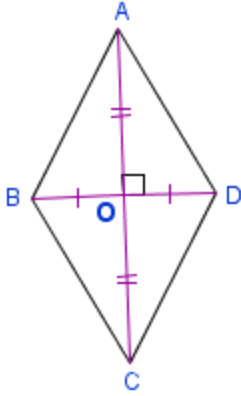


On sait que : $AB = BC = CD = DA$
alors on peut dire que ABCD est un losange

d) Propriété 4

Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un losange

Exemple :



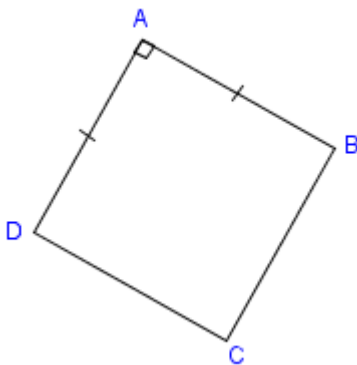
On sait que : O est le milieu des segments [AC] et [BD] et que $(AC) \perp (BD)$
alors on peut dire que ABCD est un losange

3) Reconnaître un carré

a) Propriété 1 :

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré

Exemple :

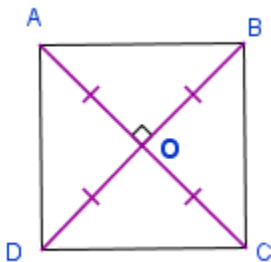


On sait que : ABCD est un parallélogramme,
 $AB = AD$ et $(AB) \perp (AD)$
alors on peut dire que ABCD est un carré

b) Propriété 2 :

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré

Exemple :

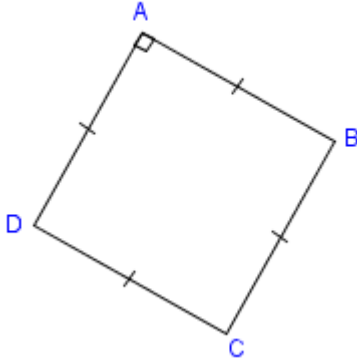


On sait que : ABCD est un parallélogramme,
 $(AC) \perp (BD)$ et $AC = BD$
alors on peut dire que ABCD est un carré

c) Propriété 3 :

Si un losange a deux côtés consécutifs perpendiculaires, alors c'est un carré

Exemple :

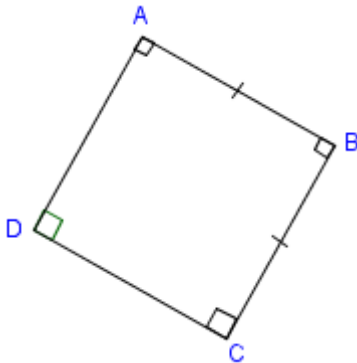


On sait que : ABCD est un losange, $AB = BC = CD = DA$ et $(AB) \perp (BC)$ alors on peut dire que ABCD est un carré

d) Propriété 4 :

Si un rectangle a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un carré

Exemple :

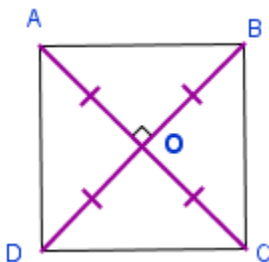


On sait que : ABCD est un rectangle, $AB = BC$ alors on peut dire que ABCD est un carré

e) Propriété 5 :

Si les diagonales d'un quadrilatère sont perpendiculaires, ont la même longueur et se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un carré

Exemple :



On sait que : $OA = OB = OC = OD$ et $(BD) \perp (AC)$ alors ABCD est un carré

4) Fiches Récapitulatives :

a) Savoir reconnaître le rectangle

On sait que ABCD est un parallélogramme :		
Si le parallélogramme a deux côtés consécutifs perpendiculaires alors c'est un rectangle		
Si le parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle		

On sait juste que c'est un quadrilatère		
Si le quadrilatère a trois angles droits alors c'est un rectangle		
Si le quadrilatère a ses diagonales qui ont la même longueur et se coupent en leur milieu, alors c'est un rectangle		

b) Savoir reconnaître le losange

On sait que ABCD est un parallélogramme :		
Si le parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange		
Si le parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange		

On sait juste que c'est un quadrilatère		
Si le quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur, alors c'est un losange		
Si le quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires et qui se coupent en leur milieu, alors c'est un losange		

c) Savoir reconnaître le carré

On sait que ABCD est un parallélogramme :	
<p>Si le parallélogramme a deux côtés consécutifs perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré</p>	
<p>Si le parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, alors c'est un carré</p>	

On sait que ABCD est un losange :	
<p>Si le losange a deux côtés consécutifs perpendiculaires, alors c'est un carré</p>	

On sait que ABCD est un rectangle :	
<p>Si le rectangle a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un carré</p>	

On sait juste que c'est un quadrilatère	
<p>Si le quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires, de même longueur et qui se coupent en leur milieu, alors ce quadrilatère est un carré</p>	