Proportionnalité

I) Reconnaître une situation de proportionnalité

1) Exemples :

Exemple 1 : On calcule le périmètre d'un carré connaissant la longueur de ses côtés

Longueur des côtés d'un carré	2	3	7,5	9
Périmètre de ce carré	8	12	30	36

$\times 4$

Le périmètre du carré est proportionnel à la longueur du côté de ce carré car
on multiplie toujours par 4 la longueur des côtés du carré pour obtenir son périmètre.

Exemple 2 : Christine achète des abricots à 2,50€ le kilogramme

Quantité d'abricots (en kg)	1	2	3,5	4
Prix (en €)	2,5	5	8,75	10

$\times 2{,}5$

Le prix des abricots est proportionnel à la quantité de ces abricots car
on multiplie toujours par 2,5 la quantité pour obtenir le prix.

Exemple 3 : Christine veut acheter des pantalons. Le prix du pantalon est de 25€ et pour deux pantalons achetés le troisième est gratuit.

Nombre de pantalons	1	2	3	6
Prix (en €)	25	50	50	100

Un pantalon coûte 25 €, 2 pantalons coûtent 50 €.

3 pantalons coûtent aussi 50€ puisque le troisième est gratuit.

Les 6 pantalons coûtent 100€ puisque l'on en paye 4 et on en a deux gratuits

Le prix des pantalons n'est pas proportionnel aux nombres de ces pantalons car :

$$1\times 25=25 \quad 2\times 25=50 \quad \text{mais} \quad 3\times 25\neq 50$$

2) Définitions :

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre.
Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité

3) Comment déterminer une quatrième proportionnelle

5	1,5
9	x

Exemple :
On veut calculer le nombre x dans le tableau de proportionnalité ci-contre

a) Méthode 1 : On cherche le coefficient de proportionnalité :

$9 \div 5 = 1,8$

Le coefficient de proportionnalité est 1,8

5	1,5
9	

$\times$ 1,8

Donc $x = 1,8 \times 1,5 = 2,7$

5	1,5
9	**2,7**

$\times$ 1,8

b) Méthode 2 : On Utilise le produit « en croix »

5	1,5
9	x

$$x = \frac{9 \times 1,5}{5} = \frac{13,5}{5} = 2,7$$

4) Propriétés

Exemple : On veut compléter le tableau ci-dessous :

5	1,5	6,5
9		

Propriété 1 :

× 0,3

5	1,5	6,5
9		

× 0,3

× 0,3

5	1,5	6,5
9	**2,7**	

× 0,3

On peut multiplier les nombres d'une colonne par **un même nombre**

Propriété 2 :

5	1,5	6,5
9	2,7	

+

5	1,5	6,5
9	2,7	11,7

+

On peut additionner deux colonnes du tableau

II) Pourcentage

1) Définition

Calculer t % d'un nombre revient à multiplier ce nombre par $\frac{t}{100}$

Remarque : Un pourcentage représente une situation de proportionnalité

Exemple 1 : Calculer 60% de 541€ :

$541 \times \frac{60}{100} = 541 \times 0,6 = 324,6$ **donc 60% de 541 € représente 324,60 €**

Exemple 2 : Calculer 50% de 126€ :

$126 \times \frac{50}{100} = 126 \times 0,5 = 63$ **donc 50% de 126 € représente 63 €**

2) Propriété

Un pourcentage traduit une situation de proportionnalité

Exemple : Sur l'étiquette d'un fromage il est indiqué « 65% de matières grasses ».

Quelle est la masse de matières grasses contenues dans un morceau de 30 grammes ?

Masse de fromage (g)	100	30
Masse de matières grasses	65	x

$x = \frac{65 \times 30}{100} = \frac{1950}{100} = 19,5$

Il y a 19,5 grammes de matières grasses dans 30 grammes de fromage

III) Mouvement uniforme

1) Définition

On dit qu'un mouvement est uniforme lorsque la distance parcourue au cours de ce mouvement est proportionnelle à la durée du parcours

2) Exemple de mouvement uniforme:

Le mouvement d'un TGV est uniforme et on sait qu'il parcourt 800 km en 3 heures.

a) Qu'elle est la durée d'un parcours de 200 km ?

b) Qu'elle est la distance parcourue en 6 heures trente minutes ?

Réponse :

On peut faire un tableau sachant que la distance parcourue est proportionnelle à la durée du parcours :

a) On convertit d'abord 3 heures en minutes : 3 $\times$60 = 180. Donc : 3 h = 180 min

Distance(en km)	**800**	**200**
Temps (min)	**180**	x

$x = \frac{200 \times 180}{800} = 45$

Il parcourt 200 km en 45 minutes

b) On convertit 6 heures trente minutes en minutes : $6 \times 60 = 360$; $360 + 30 = 390$.
Donc 6h30min = 390 min

Distance(en km)	**800**	**x**
Temps (min)	**180**	**390**

$x = \dfrac{390 \times 800}{180} = 1733,33...$ **Il parcourt environ 1733,33 km en 6 heures et trente minutes**

IV) Echelle

1) Définition

Echelle = $\dfrac{\text{distance sur le plan}}{\text{distance réelle}}$

La distance sur le plan et la distance réelle doivent être **dans la même unité.**

2) Propriété

Lorsque l'on reproduit une carte, un plan ou lorsque l'on fait une maquette les longueurs sur le plan sont proportionnelles aux longueurs réelles

3)Exemples

Remarque importante : L'échelle d'une carte est $\dfrac{1}{400\ 000}$ signifie que 1 cm sur le plan représente 400 000 cm réelle

Exemple 1 Sur une carte dont l'échelle est $\dfrac{1}{400\ 000}$, la distance entre deux villes est de 3,5 cm. Quelle est la distance réelle entre ces deux villes ?

Distance sur le plan (cm)	**1**	**3,5**
Distance réelle (cm)	**400 000**	x

$x = \dfrac{3,5 \times 400\ 000}{1} = 1\ 400\ 000$

La distance réelle entre ces deux villes est de 1 400 000 cm c'est-à-dire de 14 km

<u>Exemple 2</u> La distance entre deux villes est de 89 km. Quelle est la distance réelle entre ces deux villes sur une carte dont l'échelle est $\frac{1}{400\ 000}$?

On convertit 89 km en cm . 89 km = 8 900 000cm

Distance sur le plan	**1**	**x**
Distance réelle	**400 000**	**8 900 000**

$$x = \frac{1 \times 8\,900\,000}{400\,000} = 22{,}25$$

La distance entre ces deux villes sur le plan est de 22,25 cm.