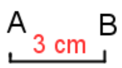
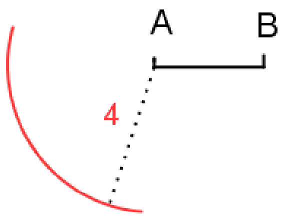
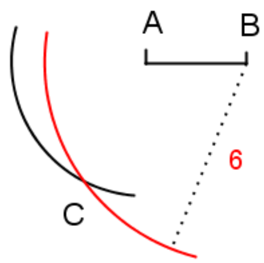
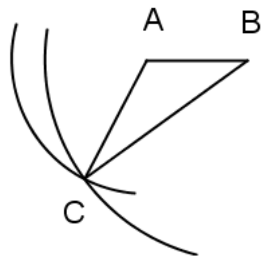
Triangles. Inégalité triangulaire.

I) Construction de triangles

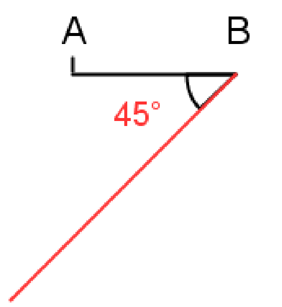
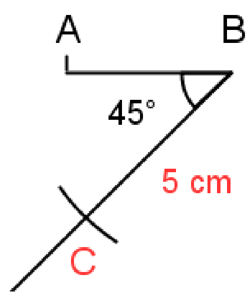
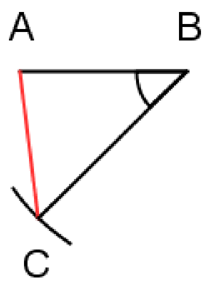
1) Construction d’un triangle connaissant la longueur des trois côtés :

Exemple : Construire le triangle **ABC** tel que **AB = 3 cm**, **BC = 6 cm** et **AC = 4 cm**

Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4
			
On trace le segment **[AB]** de longueur **3 cm**	On trace un arc de cercle de centre **A** et de rayon **4cm**	On trace un arc de cercle de centre **B** et de rayon **6cm** Le point d’intersection des deux arcs de cercle est le point **C**	On trace ensuite les segments **[CA]** et **[CB]**

2) Construction d’un triangle connaissant la longueur des deux côtés et l’angle compris entre ces côtés

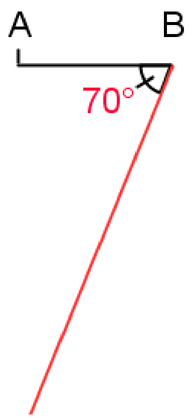
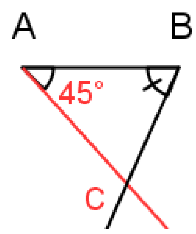
Exemple : Construire le triangle **ABC** tel que **AB = 4 cm**, **BC = 5 cm** et $\widehat{ABC} = 45°$

Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4
			
On trace le segment **[AB]** de longueur **4 cm**	On trace la demi-droite d’origine **B** qui fait un angle de **45°** avec le segment **[AB]**	On trace un arc de cercle de centre **B** et de rayon **5 cm** Le point d’intersection de la demi-droite d’origine **B** et de l’arc de cercle donne le point **C**.	On trace ensuite le segment **[CA]**.

3 Construction d’un triangle connaissant la longueur d’un côté et les deux angles qui lui sont adjacents:

Exemple :

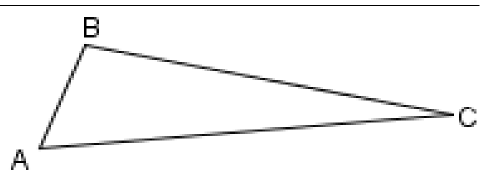
Construire le triangle **ABC** tel que **AB = 5 cm**, $\widehat{ABC} = 70°$ et $\widehat{BAC} = 45°$

Etape 1	**Etape 2**	**Etape 3**
		
On trace le segment **[AB]** de longueur **5 cm**	On trace la demi-droite d’origine **B** qui fait un angle de **70°** avec le segment **[AB]**	On trace la demi-droite d’origine **A** qui fait un angle de **45°** avec le segment **[AB]** Le point d’intersection des deux demi-droites est le point **C**

II) Inégalité triangulaire

1) Inégalité triangulaire

Si A, B et C sont trois points quelconques on a toujours AB + BC ≥ AC

B ∉ [AC] alors	**AB + BC > AC**	 
B ∈ [AC] alors :	**AB + BC = AC**	

2) Exercices d'application :

Exercice 1 :

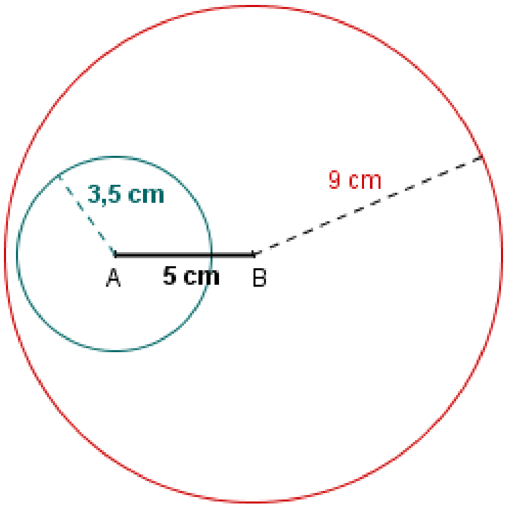
Peut-on construire un triangle **ABC** tel que **AB = 5 cm**, **AC = 3,5 cm** et **BC = 9 cm**

Méthode

1) On écrit la longueur du plus grand côté : **BC = 9 cm**

2) On calcule la somme des deux autres côtés : **AB + AC = 5 + 3,5 = 8,5**

3) Comme **AB + AC < BC** : on ne peut pas construire le triangle demandé
Si on commence la construction d'un tel triangle les deux cercles n'ont aucun point d'intersection : **on ne peut construire le point C**



Exercice 2 :

Peut-on construire un triangle **ABC** tel que **AB = 3 cm**, **AC = 5 cm** et **BC = 6 cm**

Méthode

1) On écrit la longueur du plus grand côté : **BC = 6 cm**

2) On calcule la somme des deux autres côtés : **AB + AC = 3 + 5 = 8**

3) Comme **AB + AC > BC** : on peut construire le triangle demandé

Exercice 3 :

Peut-on construire 3 points **ABC** tel que **AB = 3 cm**, **AC = 5 cm** et **BC = 8 cm**

Méthode

1) On écrit la longueur du plus grand côté : **BC = 8 cm**

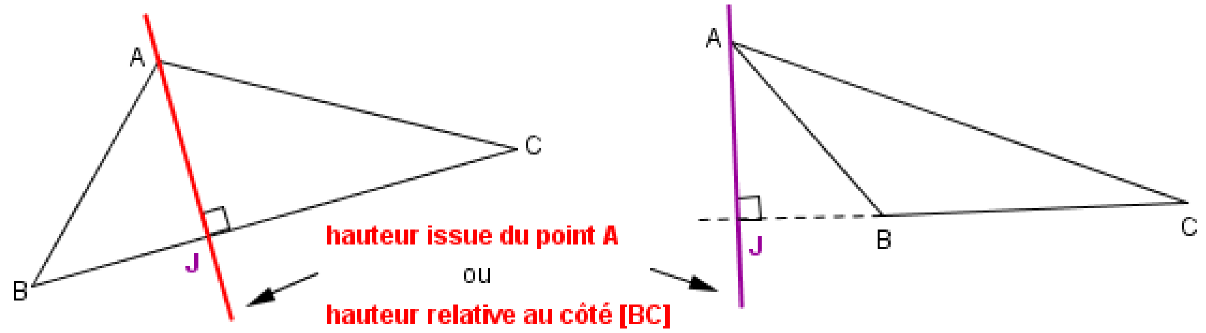
2) On calcule la somme des deux autres côtés : **AB + AC = 3 + 5 = 8**

3) Comme **AB + AC = BC** alors **A ∈ [BC]**

III) Hauteurs d'un triangle

1) Définition

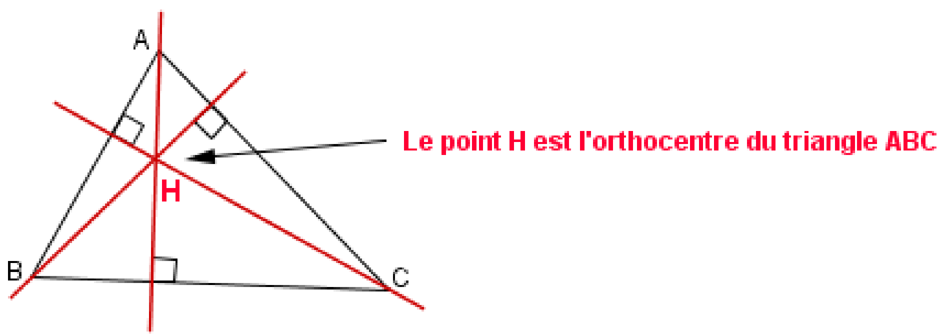
Une hauteur d'un triangle est une droite passant par un sommet
et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet



Le point J est le pied de la hauteur

2) Propriété

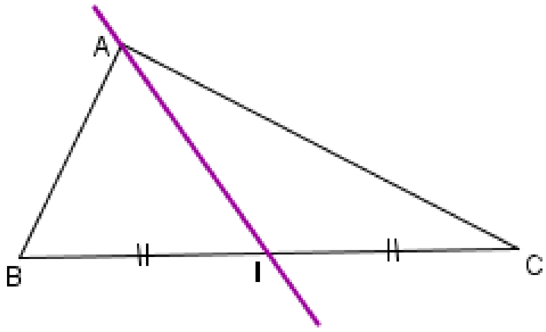
Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes :
elles ont un point commun appelé l'orthocentre



IV) Médianes d'un triangle

1) Définition

Une médiane d'un triangle est une droite passant par un sommet et par le milieu du côté opposé à ce sommet



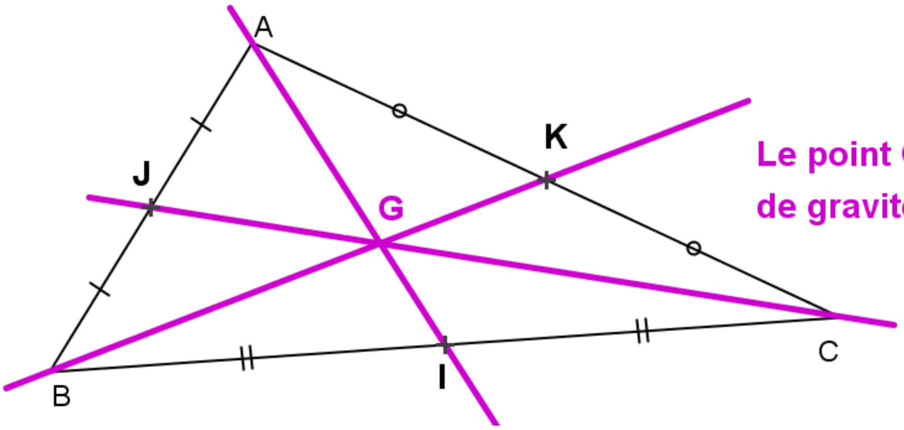
La droite (AI) est la médiane relative au côté [BC]

ou

La droite (AI) est la médiane issue de A

2) Propriété

Les trois médianes d'un triangle sont concourantes : elles ont un point commun appelé le centre de gravité

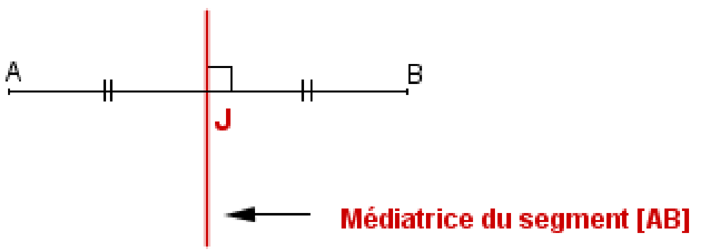


Le point G est le centre de gravité du triangle ABC

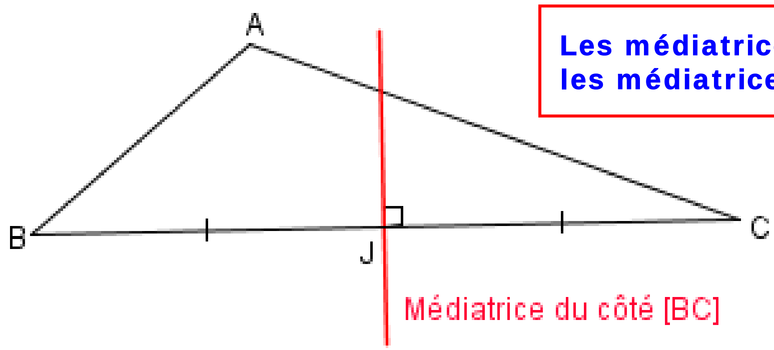
V) Cercle circonscrit à un triangle

1) médiatrice d'un segment :

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu



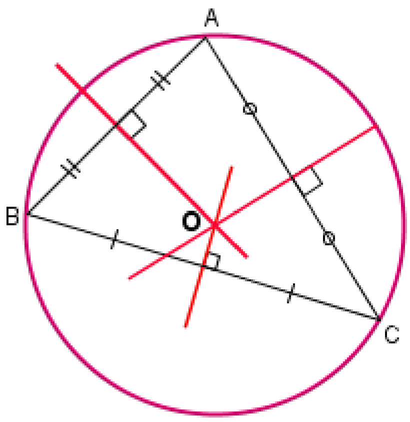
2) Médiatrices d'un triangle



Les médiatrices d'un triangle sont les médiatrices de chacun de ses côtés.

3) cercle circonscrit à un triangle :

Le point d'intersection des trois médiatrices d'un triangle est le centre du cercle circonscrit à ce triangle



Le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC