

Division Euclidienne Division Décimale

I) Division Euclidienne

Définition

Effectuer la division euclidienne d'un nombre entier a , appelé **dividende**, par un nombre entier b (b différent de 0), appelé **diviseur**, revient à trouver deux nombres entiers q et r , appelés respectivement **quotient** et **reste** vérifiant l'égalité : $a = b \times q + r$

$$a = b \times q + r$$

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste}$$

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ r & q \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} \text{dividende} & \text{diviseur} \\ \text{reste} & \text{quotient} \end{array}$$

ATTENTION :

Le reste doit toujours être inférieur au diviseur

Exemple :

Effectuer la division euclidienne de 169 par 3 :

$$\begin{array}{r|l} \overline{16}9 & 3 \\ \downarrow & \\ 19 & 56 \\ 1 & \end{array} \quad \text{Le quotient est 56 le reste est 1}$$

On peut vérifier la division euclidienne on a : $3 \times 56 + 1 = 168 + 1 = 169$

II) Multiples et diviseurs. Critère de divisibilité

1) Définitions

Un nombre a est un multiple d'un nombre b ($b \neq 0$) lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est égale à 0.

Exemples

8 est multiple de 4 car :

$$\begin{array}{r|l} 8 & 4 \\ 0 & 2 \end{array}$$

217 est un multiple de 7 car :

$$\begin{array}{r|l} 217 & 7 \\ 07 & 31 \\ 0 & \end{array}$$

Remarque :

On dit aussi que :

4 est un **diviseur de** 8

8 est **divisible par** 4

7 est un **diviseur de** 217

217 est **divisible par** 7

2) Critères de divisibilité par 2 ; 5 ; 4 ; 3 et 9

a) Critère de divisibilité par 2 :

**Un nombre est divisible par 2 (ou est un multiple de 2)
si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8**

Exemples :

1 798 ; 11 200 ; 145756 sont divisibles par 2

b) Critère de divisibilité par 3 :

**Un nombre est divisible par 3 (ou est un multiple de 3)
si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 3**

Exemples :

12654 est divisible par **3** car $1+2+6+5+4=18$ et **18** est divisible par **3** ($6 \times 3 = 18$)

132621 est divisible par **3** car $1+3+2+6+2+1=15$ et **15** est divisible par **3** ($5 \times 3 = 15$)

c) Critère de divisibilité par 4 :

**Un nombre est divisible par 4 (ou est un multiple de 4)
si le nombre composé des deux derniers chiffres est divisible par 4**

Exemples :

1716 est divisible par **4** car le nombre formé des deux derniers chiffres est **16** et **16** est divisible par **4**. ($4 \times 4 = 16$)

6924 est divisible par **4** car le nombre formé des deux derniers chiffres est **24** et **24** est divisible par **4**. ($6 \times 4 = 24$)

d) Critère de divisibilité par 5 :

**Un nombre est divisible par 5 (ou est un multiple de 5)
si son chiffre des unités est 0 ou 5**

Exemples :

2 795 ; 23 200 ; 145755 sont divisibles par 5

e) Critère de divisibilité par 9 :

**Un nombre est divisible par 9 (ou est un multiple de 9)
si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 9**

Exemples :

12654 est divisible par **9** car $1+2+6+5+4=18$ et **18** est divisible par **9** ($9 \times 2 = 18$)

189261 est divisible par **9** car $1+8+9+2+6+1=27$ et **27** est divisible par **9** ($9 \times 3 = 27$)

III) Division décimale

La division décimale permet d'obtenir :
soit la valeur exacte du quotient, soit la valeur approchée du quotient
(le quotient peut être un nombre décimal)

1) Division décimale d'un nombre entier par un nombre entier

Exemple :

$$\begin{array}{r} \overline{13} 7 \quad | \quad 4 \\ 17 \quad | \quad 34 \\ 1 \end{array}$$

Méthode :

1) On effectue la division euclidienne

$$\begin{array}{r} \overline{13} 7,00 \quad | \quad 4 \\ 17 \downarrow \quad | \quad 34,25 \\ 10 \downarrow \quad | \\ 20 \downarrow \quad | \\ 0 \end{array}$$

2) On rajoute un zéro au reste et on met la virgule au quotient

3) on peut continuer la division en rajoutant à chaque fois un zéro au reste

34,25 est la valeur exacte du quotient de 137 divisé par 4 (car le reste est égal à 0)

2) Division d'un nombre décimal par un nombre entier

Exemple 1 :

Méthode :

$$\begin{array}{r} \overline{17} 4,5 \quad | \quad 5 \\ 24 \downarrow \quad | \quad 34,9 \\ 45 \downarrow \quad | \\ 0 \end{array}$$

1) On effectue la division de la partie entière du dividende par le diviseur : $174 \div 5$
(même si la partie entière est inférieure au diviseur).

2) Dès que l'on descend le chiffre qui est juste après la virgule (dans l'exemple le 5) on met la virgule au quotient.

3) On peut ensuite continuer la division comme précédemment.

34,9 est la valeur exacte du quotient de 174,5 divisé par 5 (car le reste est égal à 0)

Exemple 2 :

$$\begin{array}{r} \overline{4},3000 \quad | \quad 6 \\ 43 \downarrow \quad | \quad 0,7166... \\ 10 \downarrow \quad | \\ 40 \downarrow \quad | \\ 40 \downarrow \quad | \\ 4... \end{array}$$

0,716 est la valeur approchée par défaut au millième près de $4,3 \div 6$