

Proportionnalité

I) Reconnaître une situation de proportionnalité

1) Exemples :

Exemple 1 : On calcule le périmètre d'un carré connaissant la longueur de ses côtés

Longueur des côtés d'un carré	2	3	7,5	9
Périmètre de ce carré	8	12	30	36

× 4

Le périmètre du carré **est proportionnel** à la longueur du côté de ce carré car on multiplie toujours par 4 la longueur des côtés du carré pour obtenir son périmètre.

Exemple 2 : Christine achète des abricots à 2,50€ le kilogramme

Quantité d'abricots (en kg)	1	2	3,5	4
Prix (en €)	2,5	5	8,75	10

× 2,5

Le prix des abricots **est proportionnel** à la quantité de ces abricots car on multiplie toujours par 2,5 la quantité pour obtenir le prix.

Exemple 3 : Christine veut acheter des pantalons. Le prix du pantalon est de 25€ et pour deux pantalons achetés le troisième est gratuit.

Nombre de pantalons	1	2	3	6
Prix (en €)	25	50	50	100

Un pantalon coûte 25 €, 2 pantalons coûtent 50 €.

3 pantalons coûtent aussi 50€ puisque le troisième est gratuit.

Les 6 pantalons coûtent 100€ puisque l'on en paye 4 et on en a deux gratuits

Le prix des pantalons **n'est pas proportionnel** aux nombres de ces pantalons car :

$$1 \times 25 = 25 \quad 2 \times 25 = 50 \quad \text{mais} \quad 3 \times 25 \neq 50$$

2) Définitions :

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par **un même nombre**.
Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**

3) Comment déterminer une quatrième proportionnelle

5	1,5
9	x

Exemple :

On veut calculer le nombre x dans le tableau de proportionnalité ci-contre

a) Méthode 1 : On cherche le coefficient de proportionnalité :

$$9 \div 5 = 1,8$$

Le coefficient de proportionnalité est 1,8

5	1,5
9	

× 1,8

$$\text{Donc } x = 1,8 \times 1,5 = 2,7$$

5	1,5
9	2,7

× 1,8

b) Méthode 2 : Passage à l'unité

Exemple :

5 Kiwis coûtent 9 € , combien coûtent 8 Kiwis ?

- Tout d'abord on détermine le prix d'un Kiwi :
 $9 \div 5 = 1,8$
Donc 1 kiwi coûte 1,80 €
- Puis on en déduit le prix des 8 Kiwis
 $8 \times 1,8 = 14,40$
Donc 8 kiwis coûtent 14,40 €

4) Propriétés

Exemple : On veut compléter le tableau ci-dessous :

5	1,5	6,5
9		

Propriété 1 :

$\times 0,3$

5	1,5	6,5
9		

$\times 0,3$

$\times 0,3$

5	1,5	6,5
9	2,7	

$\times 0,3$

On peut multiplier les nombres d'une colonne par **un même nombre**

Propriété 2 :

5	1,5	6,5
9	2,7	

5	1,5	6,5
9	2,7	11,7

On peut additionner deux colonnes du tableau

II) Pourcentage

1) Définition

Calculer $t\%$ d'un nombre revient à multiplier ce nombre par $\frac{t}{100}$

Remarque : Un pourcentage représente une situation de proportionnalité

Exemple 1 : Calculer 60% de 541€ :

$$541 \times \frac{60}{100} = 541 \times 0,6 = 324,6 \quad \text{donc } \underline{\underline{60\% \text{ de } 541 \text{ € représente } 324,60 \text{ €}}}$$

Exemple 2 : Calculer 50% de 126€ :

$$126 \times \frac{50}{100} = 126 \times 0,5 = 63 \quad \text{donc } \underline{\underline{50\% \text{ de } 126 \text{ € représente } 63 \text{ €}}}$$

2) Propriété

Un pourcentage traduit une situation de proportionnalité

Exemple : Sur l'étiquette d'un fromage il est indiqué « 65% de matières grasses ».

Quelle est la masse de matières grasses contenues dans un morceau de 30 grammes ?

Masse de fromage (g)	100	30
Masse de matières grasses	65	x

$$x = \frac{65 \times 30}{100} = \frac{1950}{100} = 19,5$$

Il y a 19,5 grammes de matières grasses dans 30 grammes de fromage