

Droites et plans de l'espace

I) Position relative de deux droites dans l'espace

- Deux droites sont dites « coplanaires » si elles sont contenues dans un même plan.
- Dans le cas contraire, elles sont dites « non coplanaires ».

Remarques :

Deux droites coplanaires peuvent être sécantes ou parallèles.

Deux droites non coplanaires n'ont aucun point commun et ne sont pas parallèles.

Deux droites parallèles sont coplanaires.

Deux droites sécantes sont coplanaires.

Exemples :

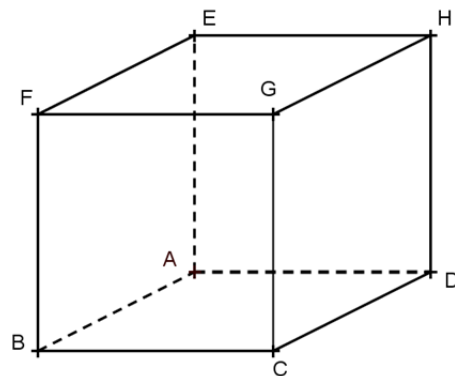
Ci-contre est tracé le cube ABCDEFGH

Les droites (FG) et (EH) sont coplanaires et parallèles

Les droites (DH) et (CD) sont coplanaires et sécantes en D

Les droites (AD) et (EF) sont non coplanaires

Les droites (BC) et (EH) sont parallèles donc coplanaires.



II) Position relative d'une droite et d'un plan dans l'espace

L'intersection d'une droite (d) et d'un plan(P) est caractérisée par le nombre de points de celle-ci et trois cas sont envisageables :

- L'intersection contient au moins deux points et alors la droite (d) est contenue dans le plan (P) ;
- L'intersection est un point unique alors la droite (d) est dite sécante au plan (P) ;
- L'intersection est vide alors la droite (d) est dite parallèle au plan (P) et non incluse dans (P).

1) Propriétés de parallélisme d'une droite et d'un plan

1) Une droite est parallèle à un plan si elle est contenue dans le plan ou si elle ne rencontre pas le plan.

2) Une droite est parallèle à un plan, si et seulement si, elle est parallèle à une droite de ce plan

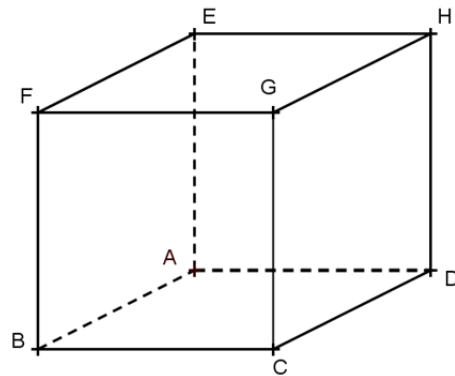
Exemples :

Ci-contre est tracé le cube ABCDEFGH

La droite (EG) est contenue dans le plan (EHG)

La droite (AD) est parallèle au plan (EGH)

La droite (GC) est sécante au plan (ABD) en C



III) Position relative de deux plans dans l'espace

L'intersection de deux plans (P) et (Q) est caractérisée par le nombre de points qu'elle contient et trois cas sont envisageables :

- L'intersection contient au moins trois points non alignés, les plans sont alors **confondus** ;
- L'intersection est une **droite**, les plans sont dits **sécants** selon cette droite ;
- L'intersection est **vide** et les deux plans sont dits **parallèles**, non **confondus**.

1) Propriété

Deux plans sont parallèles, si et seulement si, deux droites sécantes de l'un sont parallèles à deux droites sécantes de l'autre.

2) Propriété

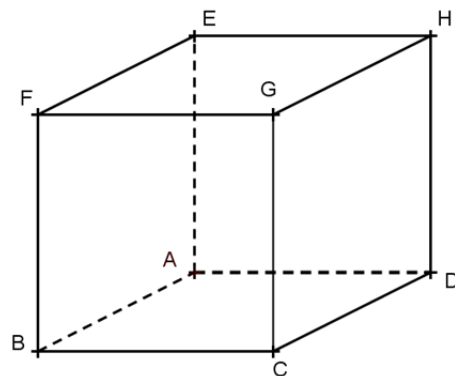
Si une droite (d) est parallèle à un plan (P) alors tout plan contenant cette droite (d) et sécant au plan (P) coupe le plan (P) selon une droite parallèle à (d).

Exemples :

Ci-contre est tracé le cube ABCDEFGH

Les plans (EGH) et (ADE) sont sécants selon la droite (EH)

Les plans (AEF) et (GHD) sont parallèles non confondus.



IV) Orthogonalité

1) Définitions

- Deux droites sont **orthogonales** si et seulement si leurs parallèles passant par un point quelconque de l'espace sont perpendiculaires.
- Une droite est **orthogonale à un plan** si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

2) Propriété

Si une droite est orthogonale à un plan elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan.

Exemples :

Ci-contre est tracé le cube ABCDEFGH

Les droites (FE) et (HD) sont orthogonales car leurs parallèles passant H (les droites (HD) et (GH) sont perpendiculaires)

La droite (AD) est orthogonale au plan (BFE) car elle est orthogonale aux droites (AE) et (AB) sécantes et contenues dans le plan (BFE)

Conséquence : La droite (AD) est orthogonale aux droites (BF) , (EB) , (FE) contenues dans le plan (BFE) entre autres.

