

Courbes représentatives de fonctions

I) Définitions.

Soit f une fonction définie sur un intervalle I , à valeurs dans \mathbb{R} .

1) Graphe de la fonction f .

a) Définition.

Le graphe de la fonction f est l'ensemble des couples de réels qui s'écrivent $(x, f(x))$, où x est un élément de l'intervalle I .

Exemple. Si f est définie par $f(x) = x^2$, alors les couples $(3; 9)$, $(-40; 1600)$ et $(8; 64)$ sont des éléments du graphe de f . En revanche, $(0; 1)$ n'est pas un élément du graphe de f .

b) Tableau de valeurs.

Un exercice simple et utile pour s'aider à tracer la courbe d'une fonction est d'établir un tableau de valeurs de la fonction étudiée. Ce tableau de valeurs contient de fait des éléments du graphe de f .

Exemple. Si f est définie par $f(x) = x^2$, on pourra utilement exploiter le tableau de valeurs suivant pour s'aider ensuite à tracer la courbe :

x	-3	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2,5	3
$f(x)$	9	4	1	0,25	0	0,25	1	6,25	9

c) Images et antécédents.

On lit dans le tableau de valeurs à la première ligne les valeurs choisies de la variable x et dans la seconde ligne, on lit les images correspondantes.

On lit dans le tableau de valeurs à la seconde ligne des valeurs obtenues par la fonction f . On trouve dans la première ligne les antécédents correspondants.

Attention ! On ne trouve pas en général tous les antécédents d'une valeur donnée par ce procédé.

Exemple. Si f est définie par $f(x) = x^2$, on peut lire dans le tableau ci-dessus que l'image de -1 est 1. On voit aussi qu'un antécédent de 4 est -2. Attention, -2 n'est pas le seul antécédent de 4. Il ya aussi 2, mais il n'apparaît pas dans le tableau.

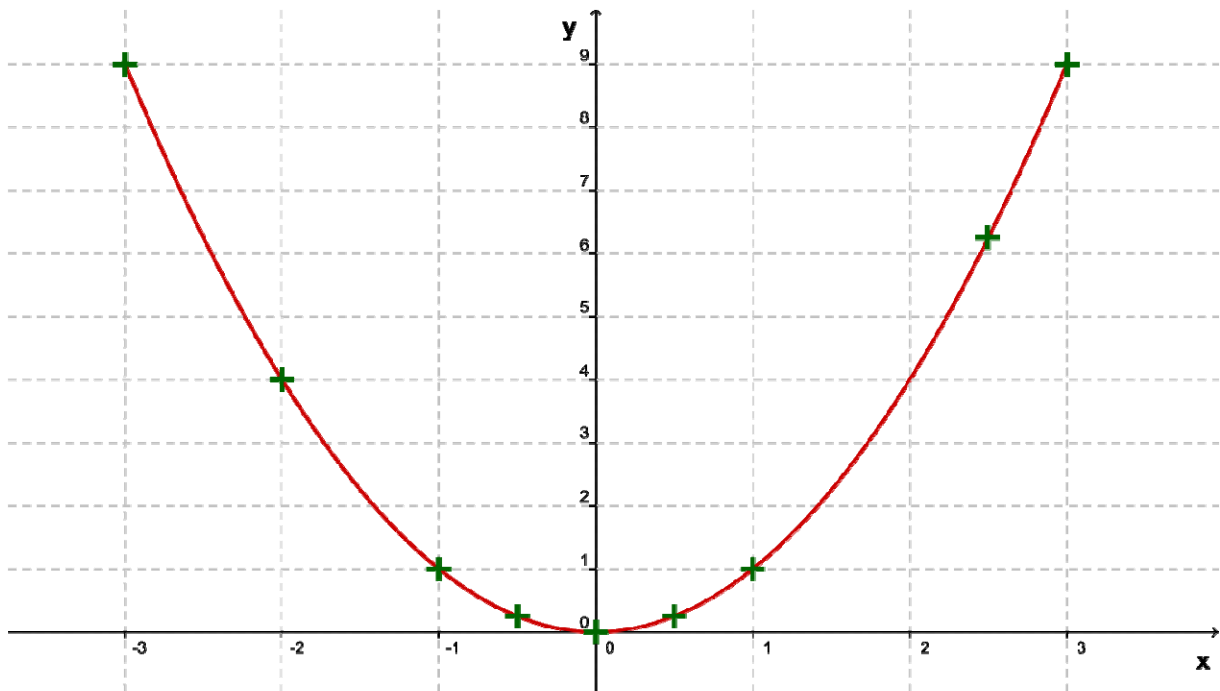
2) Représentation graphique ou courbe de la fonction f .

a) Principe général.

Dessiner la courbe (ou *représentation graphique* ou *courbe représentative*) de la fonction f , c'est placer sur le plan muni d'un repère (généralement orthonormal) les points dont les coordonnées sont de la forme $(x; f(x))$, c'est-à-dire les points dont les coordonnées sont les éléments du graphe de f .

En pratique, quand on dessine une courbe, on utilise le tableau de valeur donné ci-dessus. On place les points du graphe donnés dans le tableau, les valeurs de la première ligne donnant les abscisses et les valeurs correspondantes de la deuxième ligne donnant les ordonnées. Enfin, on joint les points trouvés, à main levée. On peut aussi utiliser les fonctionnalités graphiques d'une calculatrice ou d'un logiciel de dessin.

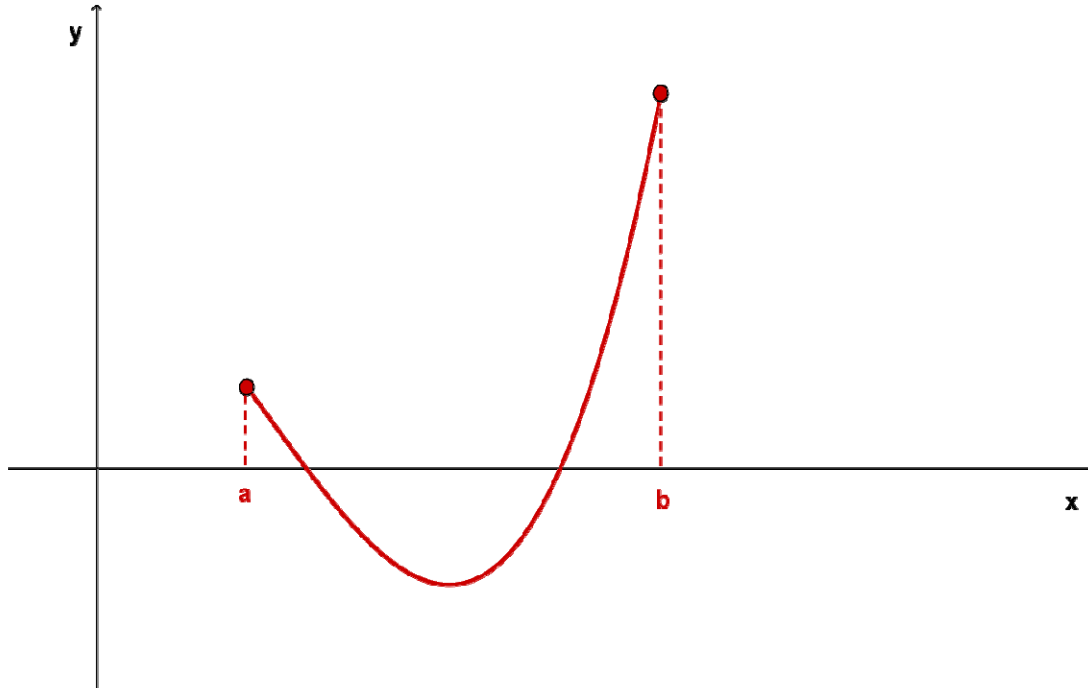
Exemple. Si f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$, on commencera par établir le tableau de valeurs ci-dessus et on placera les points correspondants, en vert ci-dessous. Puis on trace la courbe, rouge ci-dessous, à main levée. Evidemment, le tracé de la courbe complète est généralement impossible. Ci-dessous, on s'est contenté de la courbe de la restriction à l'intervalle $[-3; 3]$ de f .



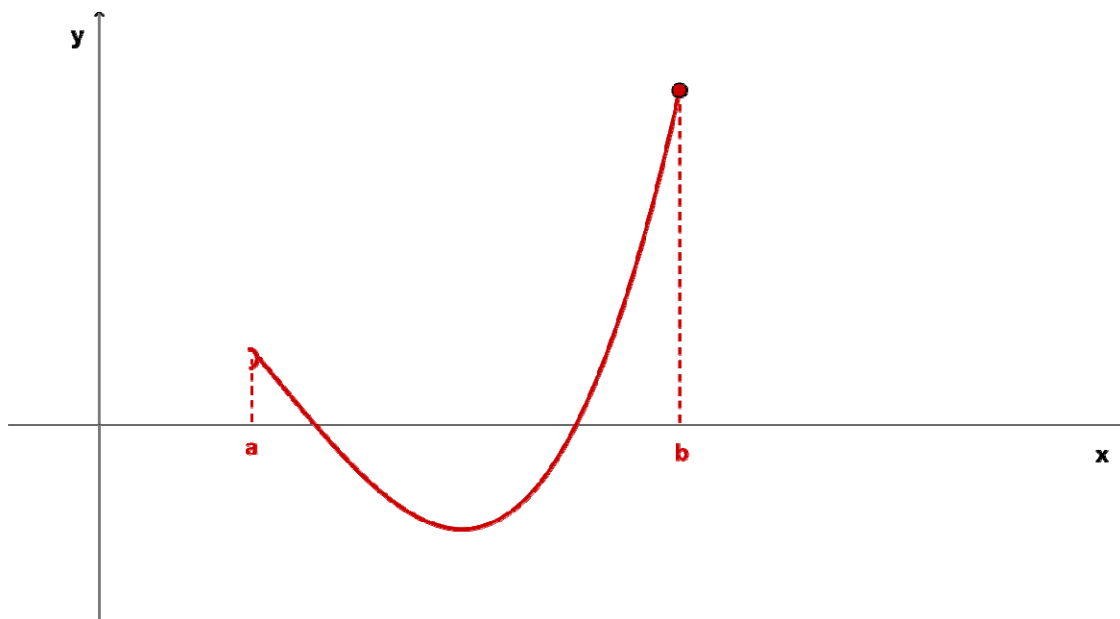
b) Conventions de dessin.

Généralement, les exercices sur les fonctions font appel à des fonctions définies sur des intervalles.

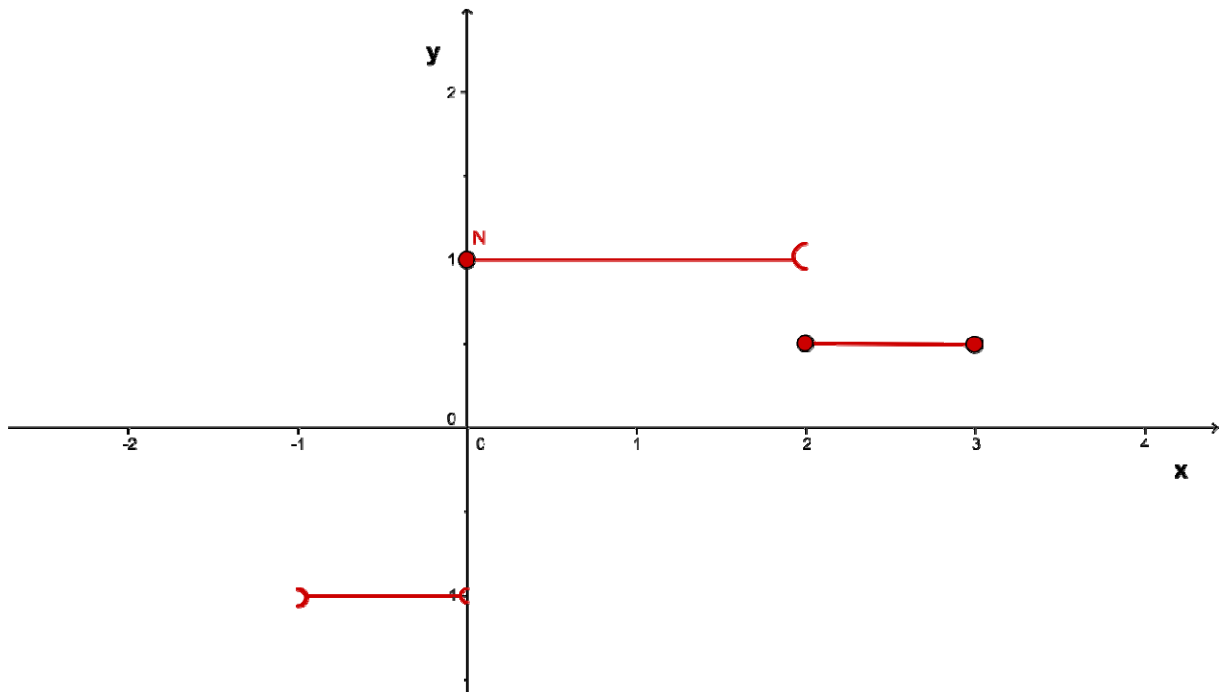
Soit f une fonction définie sur un intervalle $[a; b]$. **L'usage est de montrer sur le dessin de la courbe de f que les valeurs $f(a)$ et $f(b)$ sont bien définies en marquant les extrémités de la courbe par un point.**



Si la fonction f est définie sur l'intervalle $]a; b]$, alors on met en évidence le fait que $f(a)$ n'est pas défini en marquant la courbe d'un crochet.



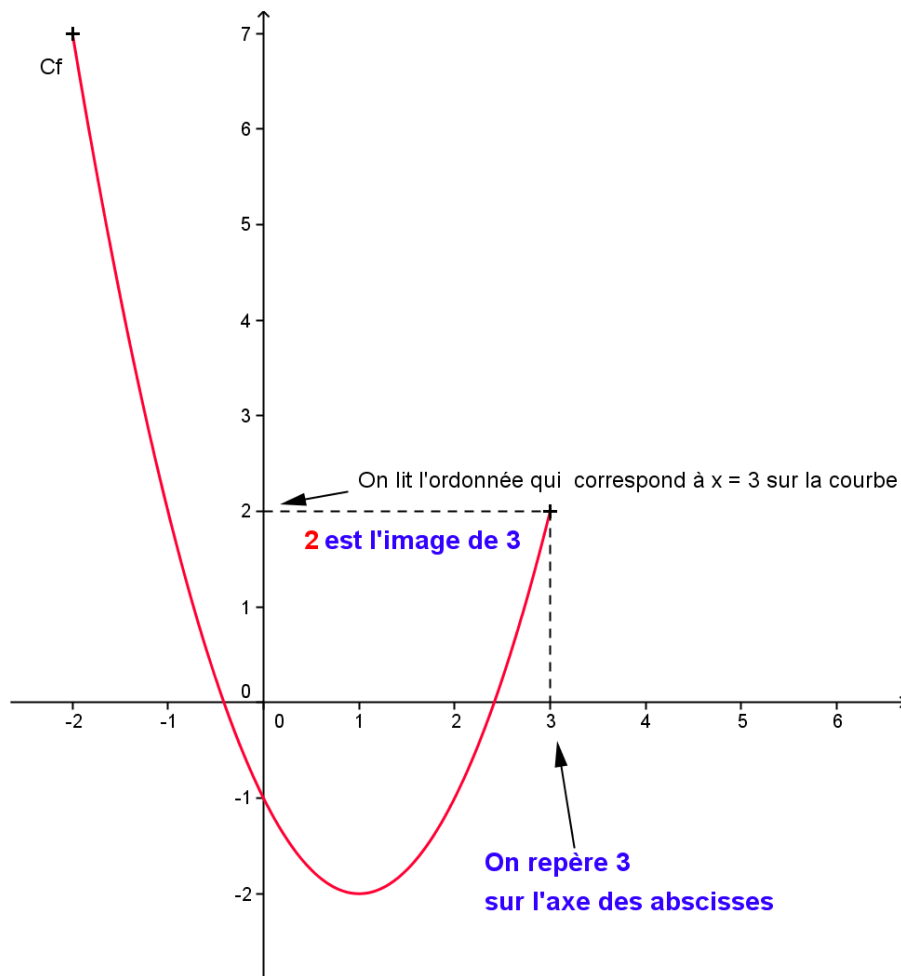
Remarques. Si la fonction f est définie sur l'intervalle $[a; b[$, alors c'est le point d'abscisse b qui est remplacé par le crochet.
Si la fonction f est définie sur $]a; b[$, alors on met un crochet à chaque extrémité de la courbe.
Enfin, certains exemples de fonctions donnent lieu à une utilisation répétée de crochets.
On représente ci-dessous la fonction qui prend la valeur -1 sur $] - 1; 0[$ puis la valeur 1 sur $[0; 2[$ et la valeur $0,5$ sur $[2; 3]$.



c) Images et antécédents.

- Sur la courbe représentative de f , pour trouver l'image $f(x)$ d'un nombre réel x , il faut repérer cette valeur sur l'axe des abscisses, tracer la parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point trouvé puis, à son point d'intersection avec la courbe, tracer la parallèle à l'axe des abscisses qui rencontre l'axe des ordonnées en un point. L'ordonnée de ce point est l'image cherchée.

Exemple : Voici la courbe représentative d'une fonction f sur l'intervalle $[-2 ; 3]$. Déterminer graphiquement l'image de 3.



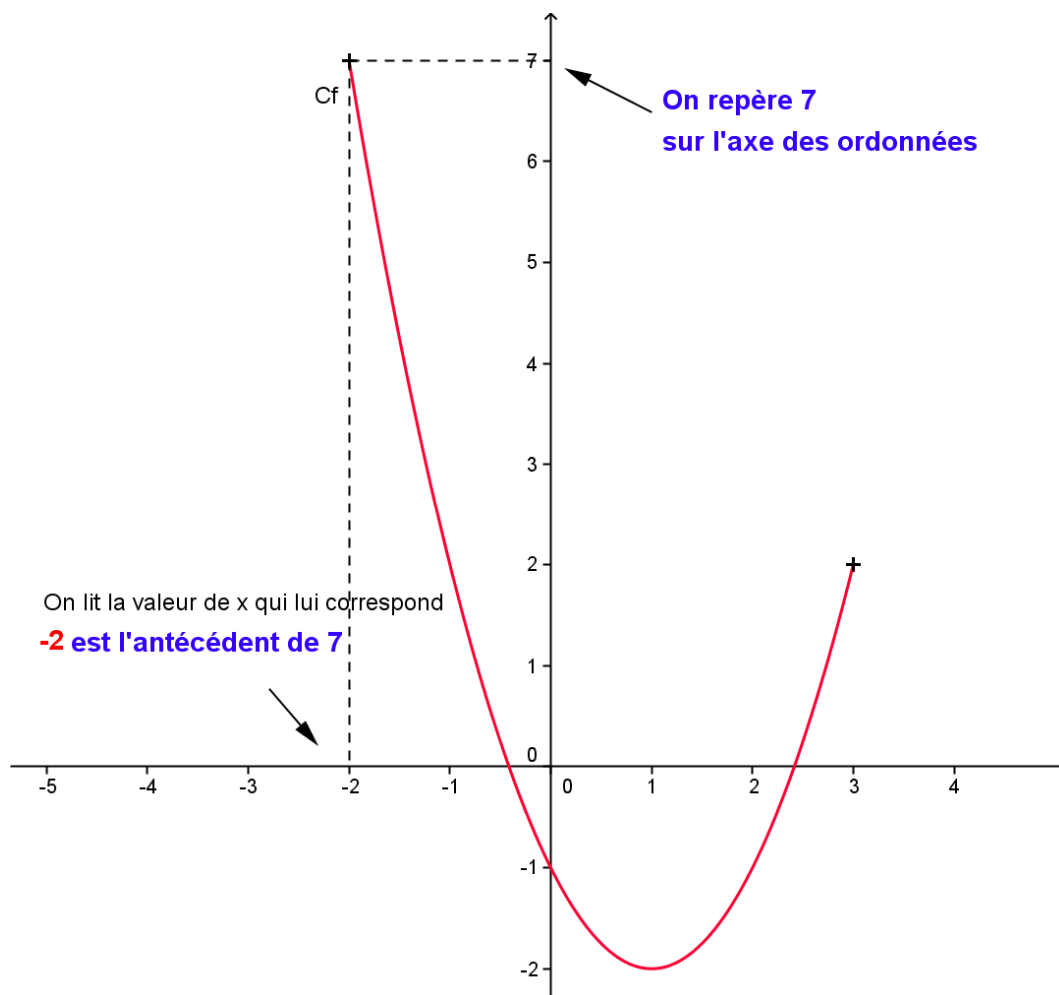
L'image de 3 par la fonction f est 2

- Pour trouver les antécédents par f d'une valeur y donnée, il faut repérer cette valeur y sur l'axe des ordonnées, tracer la parallèle à l'axe des abscisses passant par ce point. A son intersection avec la courbe (il peut y en avoir aucune, une ou plusieurs), on abaisse la ou les parallèles à l'axe des ordonnées. Cette ou ces droite(s) coupe(nt) l'axe des abscisses. La ou les abscisse(s) du ou de(s) point(s) d'intersection est ou sont les antécédents cherchés

Exemples :

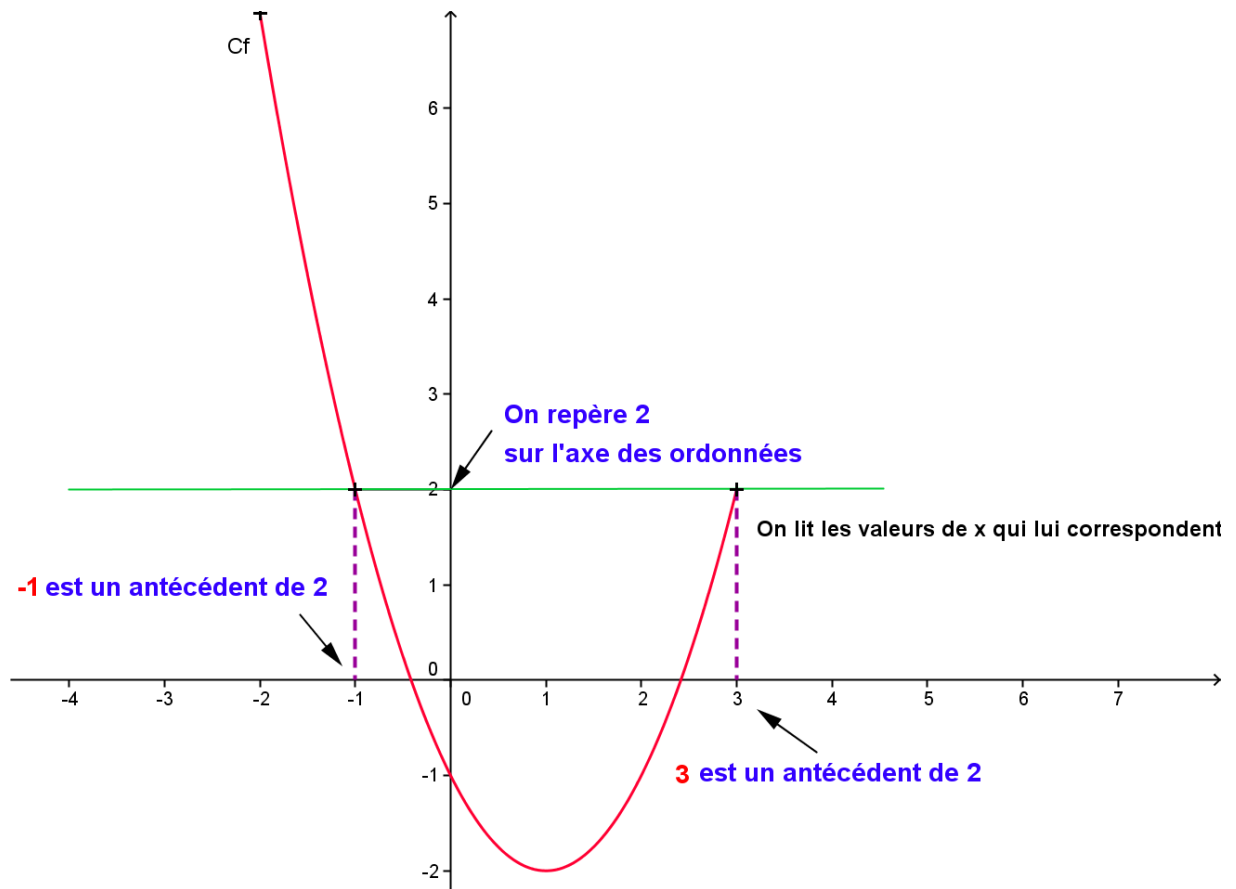
Voici la courbe représentative d'une fonction f sur l'intervalle $[-2 ; 3]$.

- 1) Déterminer graphiquement le ou les antécédents de 7 sur cet intervalle.



L'antécédent de 7 sur cet intervalle est -2.

2) Déterminer graphiquement le ou les antécédents de 2 sur cet intervalle.



Les antécédents de 2 sur cet intervalle sont -1 et 3.