Fonction Inverse

I) Définition

Tout nombre réel x **différent de zéro**, admet un inverse $\frac{1}{x}$**.**

L'inverse de 2 est $\frac{1}{2}$. L'inverse de $\frac{1}{-3}$ est -3.

L'ensemble des réels différents de 0 est noté $\mathbb{R}^*$.

$\mathbb{R}^*$= **] $-\infty$; 0[$\cup$]0 ; $+\infty$ [**

Définition :

La fonction inverse est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$, qui à tout réel x associe son inverse $\frac{1}{x}$: $\quad f : x \mapsto \frac{1}{x}$

II) Sens de variation de la fonction inverse

1) Propriété :

La fonction $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ est décroissante sur]$-\infty$; 0 [et décroissante sur]0 ; + ∞ [

2) Démonstration

Pour tous réels u et v **non nuls** tel que $u \leq v$ on a :

$\boldsymbol{u - v \leq 0}$:

$f(u) = \frac{1}{u}$ et $f(v) = \frac{1}{v}$

Pour tous réels u , v non nuls : $\quad \boldsymbol{f(v) - f(u) = \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{u-v}{uv}}$

• **Pour u et v dans]0 ; $+\infty$ [**:

On a : $u - v \leq 0$ par hypothèse

Le produit de deux nombres positifs étant positif : $uv \geq 0$

De là : $\frac{u-v}{vu} \leq 0$ (Le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif)

Ainsi $f(u) - f(v) \leq 0$, sur]0 ; ∞ [**donc f est décroissante sur]0 ; $+\infty$ [**

• **Pour u et v dans]-∞ ; 0 [**

On a : $u - v \leq 0$ par hypothèse

Le produit de deux nombres négatifs étant positif : $uv \geq 0$

De là : $\frac{u-v}{vu} \leq 0$ (Le quotient de deux nombres de signes contraires est négatif)

Ainsi $f(v) - f(u) \leq 0$, sur]-∞ ; 0 [**donc f est décroissante sur]-∞ ; 0 [**

3) Conséquences

Si a et b sont deux réels non nuls et de même signe tel que $a \leq b$ alors $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

Exemples :

$2 \leq 4$ alors $\frac{1}{2} \geq \frac{1}{4}$ soit $0,5 \geq 0,25$

$-5 \leq -2$ alors $\frac{1}{-5} \geq \frac{1}{-2}$ soit $-0,2 \geq -0,5$

4) Tableau de variation de la fonction inverse

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↘	‖	↘	

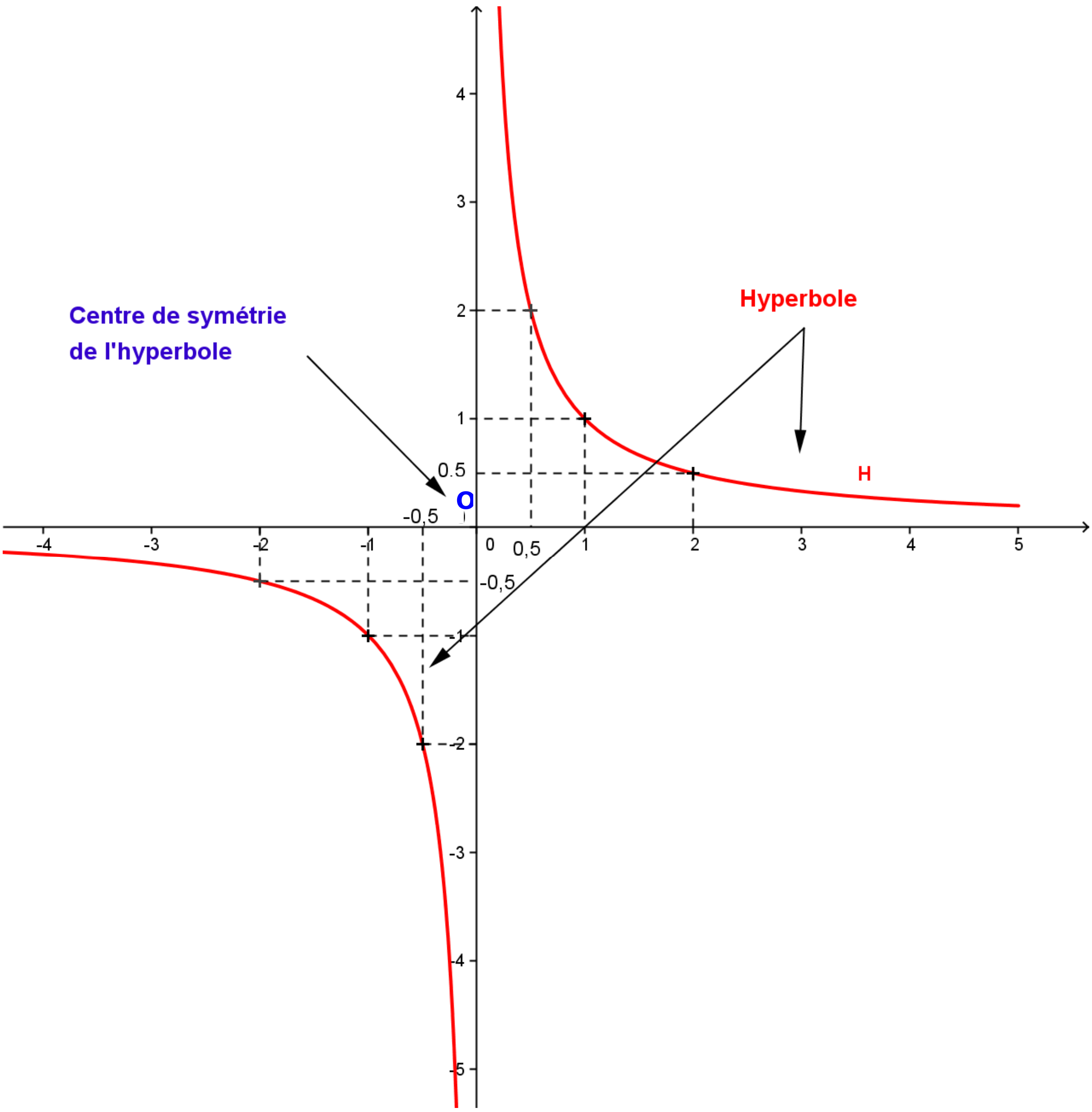
La double barre indique que la fonction f n'est pas définie en 0

III) Courbe représentative graphique de la fonction inverse

1) Tableau de valeur :

x	-4	-2	-1	-0,5	0,5	1	2	4
$f(x)$	-0,25	-0,5	-1	-2	2	1	0,5	0,25

2) Représentation graphique de la fonction inverse



3) Définition

Dans un repère orthogonal d'origine O la représentation graphique de la fonction inverse est appelé hyperbole

4) Propriété

Dans un repère orthogonal d'origine O l'hyperbole représentant la fonction inverse admet un centre de symétrie : L'origine O du repère.