

# Fonctions affines

## I) Définition

### 1) Définition :

**Les fonctions  $f$ , définies sur  $\mathbb{R}$ , qui peuvent s'écrire sous la forme :  $f(x) = ax + b$  avec  $a$  et  $b$  réels sont appelées fonctions affines**

#### **Cas particuliers :**

Lorsque  $b = 0$  alors  $f(x) = ax$  On dit que  $f$  est une fonction linéaire

Lorsque  $a = 0$  alors  $f(x) = b$  On dit que  $f$  est une fonction constante

### 2) Exemples :

La fonction  $x \mapsto 3x + 2$  est une fonction affine

La fonction  $x \mapsto -5x + 1$  est une fonction affine

La fonction  $x \mapsto 9x - 3$  est une fonction affine

La fonction  $x \mapsto -2x$  est une fonction affine, plus précisément elle est linéaire

La fonction  $x \mapsto 4$  est une fonction affine, plus précisément elle est constante

#### **Par contre les fonctions :**

$x \mapsto x^2$  ;  $x \mapsto x^2 + 7$  ;  $x \mapsto \frac{1}{x}$  ;  $x \mapsto x^2 - 4x$  ;  $x \mapsto \frac{4x+5}{x-8}$

**ne sont pas des fonctions affines !!!!!**

## II) Sens de variation d'une fonction affine

### 1) Propriété

- si  $a \geq 0$  La fonction  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$ .
- si  $a \leq 0$  La fonction  $f$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$

### 2) Démonstration

Pour tous réels  $u$  et  $v$  tel que  $u \leq v$  on a :

$v - u \geq 0$  :

$f(u) = au + b$  et  $f(v) = av + b$

Pour tout réels  $u, v$  :

$f(v) - f(u) = av + b - (au + b) = av + b - au - b = av - au = a(v - u)$

On a :  $v - u \geq 0$  par hypothèse

- Lorsque  $a \geq 0$

Le produit de deux nombres positifs étant positif :  $a(v - u) \geq 0$

Ainsi  $f(v) - f(u) \geq 0$  sur  $\mathbb{R}$  donc  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$

- Lorsque  $a \leq 0$

Le produit de deux nombres de signes différents étant négatif :  $a(v - u) \leq 0$

Ainsi  $f(v) - f(u) \leq 0$  sur  $\mathbb{R}$  donc  $f$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$

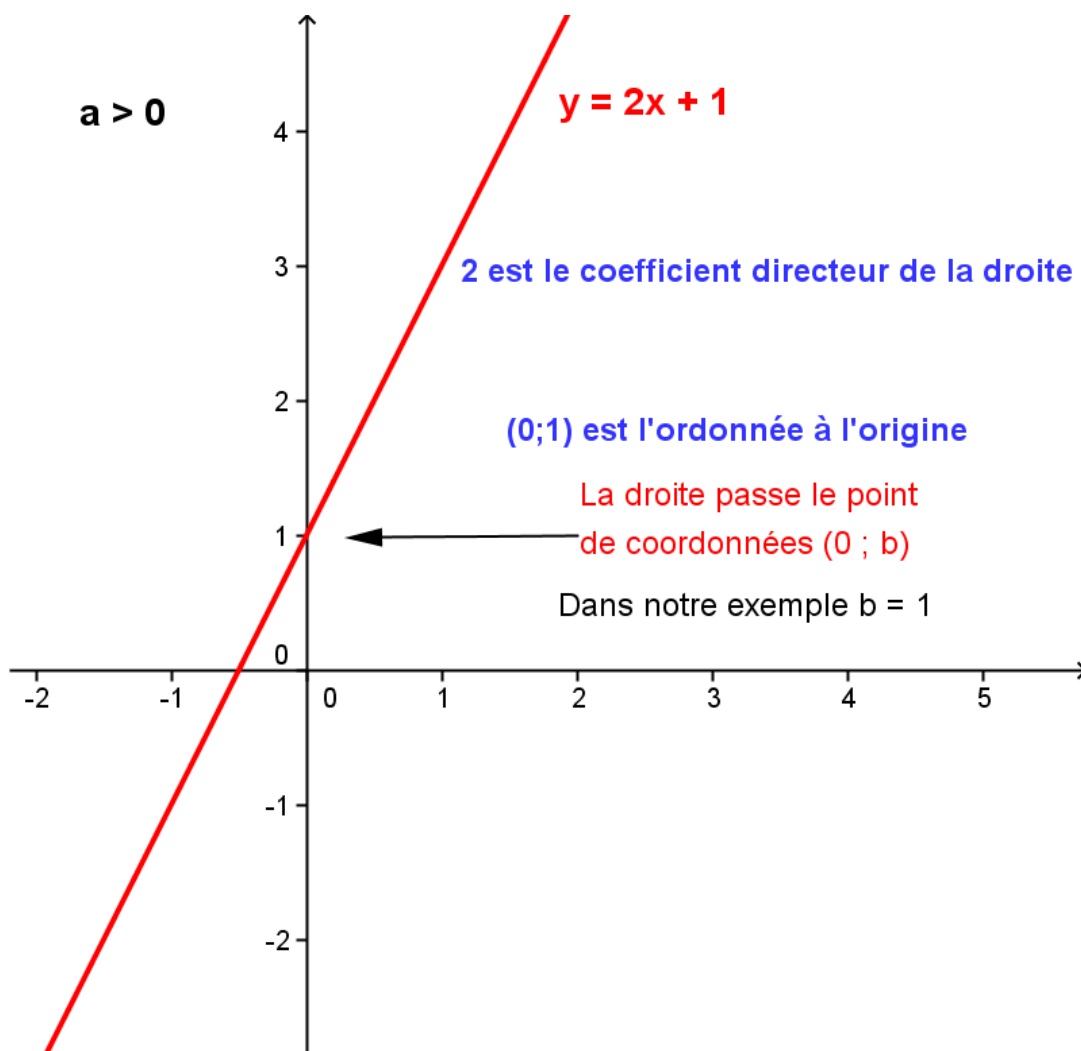
### III) Courbe représentative d'une fonction affine

#### 1) Propriété

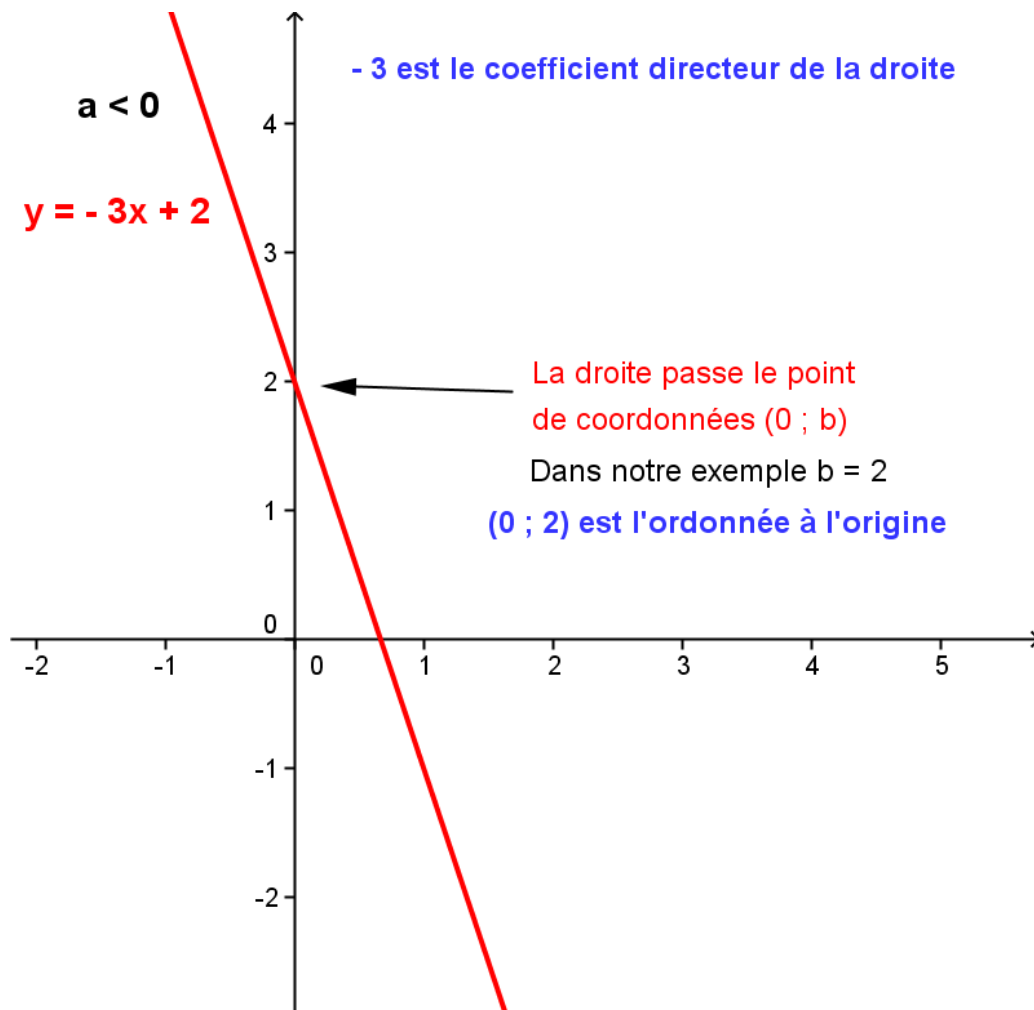
**La représentation graphique d'une fonction affine  $x \mapsto ax + b$  est la droite de coefficient directeur  $a$  qui passe par le point de coordonnées  $(0 ; b)$**

#### 2) Représentations graphiques

##### a) Le coefficient $a$ est positif



**b) Le coefficient a est négatif**



**c) Le coefficient a est nul**

