

# Signe du binôme

## I) Définition

Un binôme est une expression de la forme :  $x \mapsto ax + b$  avec  $a$  et  $b$  réels

**Exemple :**

$7x + 3$                        $4x - 5$                        $7 - 3x$                        $-2x$                        $x$   
sont des binômes

## II) Tableau de signe du binôme $ax + b$ :

### 1) Propriété :

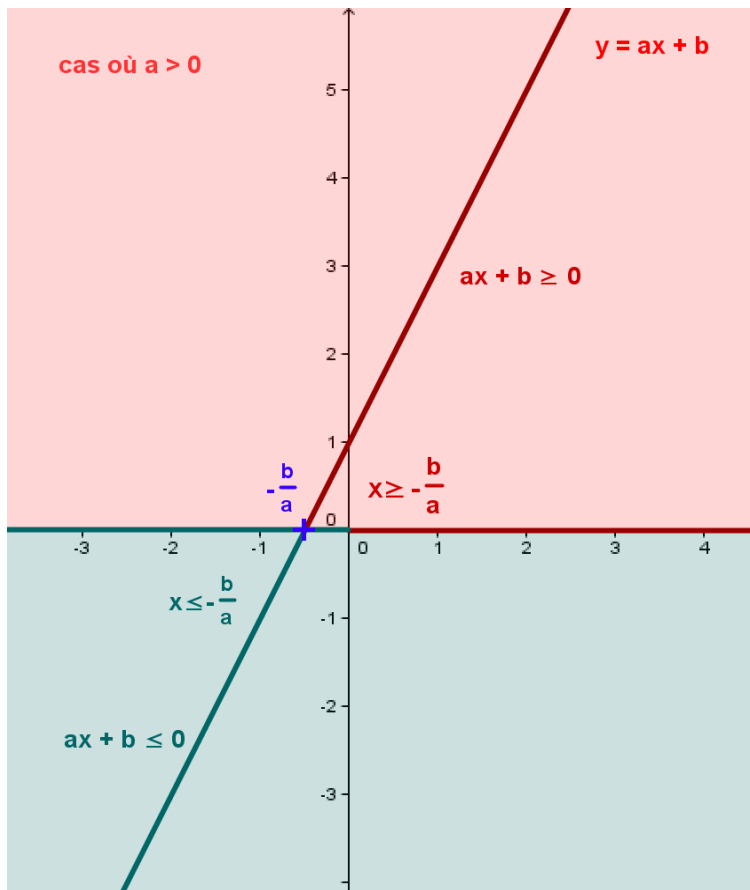
Le signe du binôme  $ax + b$  est le même que celui de  $a$  sur  $[-\frac{b}{a}; +\infty[$   
et il est l'opposé de celui de  $a$  sur  $] -\infty; -\frac{b}{a} ]$

### 2) Démonstration

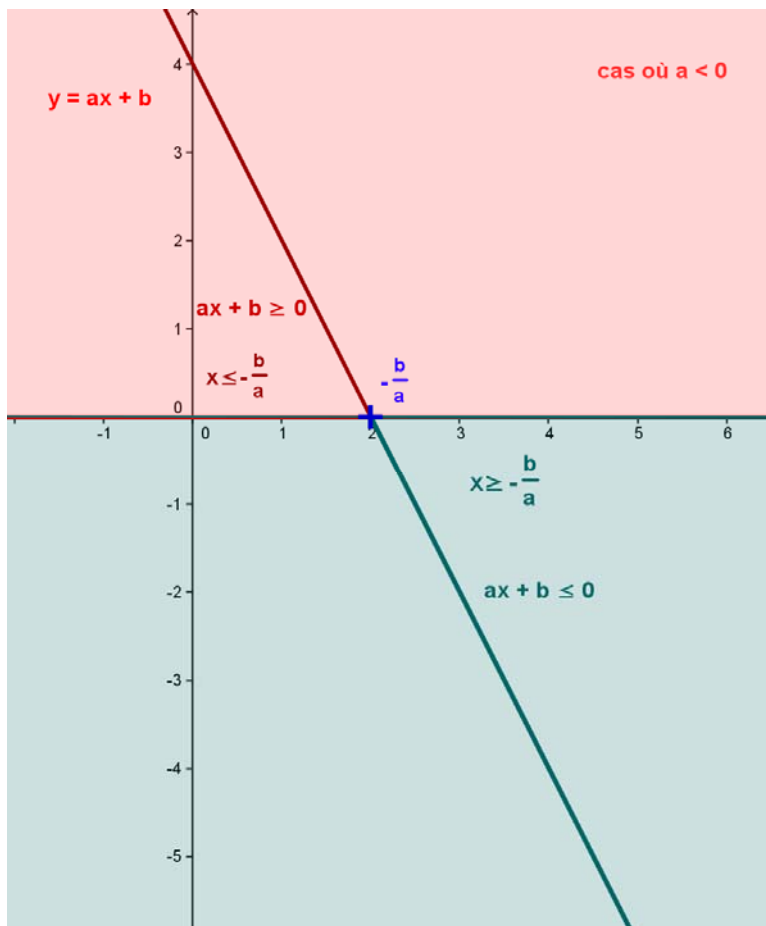
On considère la fonction affine  $f : ax + b$   
 $ax + b = 0$  pour  $x = -\frac{b}{a}$ .

Lorsque $a \geq 0$	Lorsque $a \leq 0$
La fonction $f$ est croissante sur $\mathbb{R}$ :	La fonction $f$ est décroissante sur $\mathbb{R}$ :
<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Pour</b> <math>x \geq -\frac{b}{a}</math>, on obtient <math>f(x) \geq f(-\frac{b}{a})</math>. C'est-à-dire <math>f(x) \geq 0</math> ce qui revient à écrire : <math>ax + b \geq 0</math></li><li>• <b>Pour</b> <math>x \leq -\frac{b}{a}</math>, on obtient <math>f(x) \leq f(-\frac{b}{a})</math>. C'est-à-dire <math>f(x) \leq 0</math> ce qui revient à écrire : <math>ax + b \leq 0</math></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• <b>Pour</b> <math>x \geq -\frac{b}{a}</math>, on obtient <math>f(x) \leq f(-\frac{b}{a})</math>. C'est-à-dire <math>f(x) \leq 0</math> ce qui revient à écrire : <math>ax + b \leq 0</math></li><li>• <b>Pour</b> <math>x \leq -\frac{b}{a}</math>, on obtient <math>f(x) \geq f(-\frac{b}{a})</math>. C'est-à-dire <math>f(x) \geq 0</math> ce qui revient à écrire : <math>ax + b \geq 0</math></li></ul>

### 3) Représentation graphique :



**a) Cas où  $a > 0$**



**b) Cas où  $a < 0$**

#### **4) Tableau de signe du binôme $ax + b$ :**

$$ax + b = 0 \text{ pour } x = -\frac{b}{a}$$

##### **a) Cas où $a > 0$**

On obtient le tableau de signe :

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	-	0	+

##### **Exemple :**

Etudier le signe de  $7x + 21$  :

$$7x + 21 = 0 \text{ pour } x = -\frac{21}{7} = -3 \text{ on a donc :}$$

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$7x + 21$	-	0	+

On a donc :  $7x + 21 \leq 0$  sur  $]-\infty ; -3]$  et  $7x + 21 \geq 0$  sur  $[-3 ; +\infty[$

##### **b) Cas où $a < 0$**

On obtient le tableau de signe :

$x$	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax + b$	+	0	-

##### **Exemple :**

Etudier le signe de  $-5x + 11$  :

$$-5x + 11 = 0 \text{ pour } x = \frac{11}{5} \text{ on a donc :}$$

$x$	$-\infty$	$\frac{11}{5}$	$+\infty$
$-5x + 11$	+	0	-

On a donc :  $-5x + 11 \geq 0$  sur  $]-\infty ; \frac{11}{5}]$  et  $-5x + 11 \leq 0$  sur  $[\frac{11}{5} ; +\infty[$