Multiplication d'un vecteur par un réel

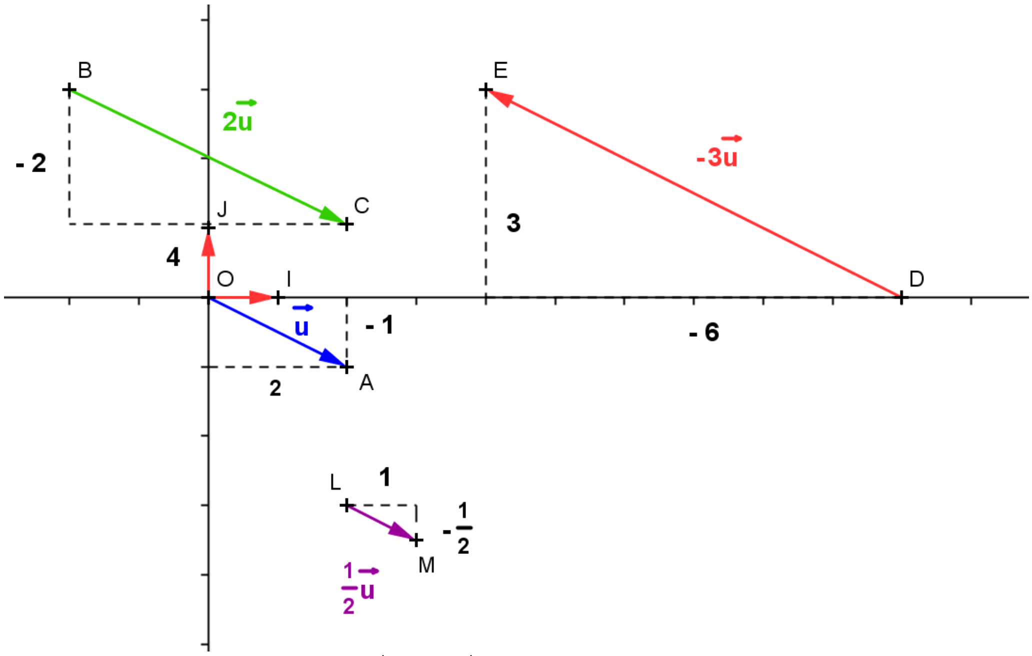
I) Produit d'un vecteur par un réel

1) Définition

***k* est un réel et $\vec{u}$ (*x* ; *y*) est un vecteur dans un repère.**

Le vecteur $k\vec{u}$ est le vecteur de coordonnées (*kx* ; *ky*)

Exemple



Sur la figure ci-dessus on a $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OA}$ (2 ; −1)

$\overrightarrow{BC}$ (4 ; −2) donc $\overrightarrow{BC} = 2\,\vec{u}$
$\overrightarrow{DE}$ (− 6 ; 3) donc $\overrightarrow{DE} = -3\,\vec{u}$
$\overrightarrow{LM}$ $(1\ ;\ -\frac{1}{2})$ donc $\overrightarrow{LM} = -\frac{1}{2}\,\vec{u}$

2) Propriétés

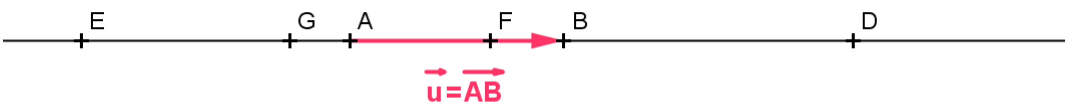
$\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ est un vecteur non nul et *k* est un réel non nul

Le point C tel que $\overrightarrow{AC} = k\vec{u}$ est tel que :

• **Si *k* > 0**	• **Si *k* < 0**
• **C ∈ [AB) demi droite d'origine A passant par B**	• **C ∈ (AB) mais C ∉ [AB)**
	• **AC = − *k* AB**

- **AC = *k* AB**

Exemples



Sur la figure ci dessus :

le point F est tel que $\overrightarrow{AF} = k\overrightarrow{AB}$ avec $0 < k < 1$ et $k = \frac{AF}{AB}$

le point D est tel que $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AB}$ avec $k > 1$ et $k = \frac{AD}{AB}$

le point G est tel que $\overrightarrow{AG} = k\overrightarrow{AB}$ avec $-1 < k < 0$ et $k = -\frac{AG}{AB}$

le point E est tel que $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AB}$ avec $k < -1$ et $k = -\frac{AE}{AB}$

Remarque

M est le milieu de [AB] si et seulement si $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

3) Propriétés

- $k\,\vec{u} = \vec{0}$ **si, et seulement si** $k = 0$ **ou** $\vec{u} = \vec{0}$

- **Le vecteur** $(-1)\,\vec{u}$ **est noté** $-\vec{u}$

c'est le seul vecteur tel que $\vec{u} + -\vec{u} = \vec{0}$
c'est le vecteur opposé au vecteur $\vec{u}$
en particulier on sait que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ **donc** $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

- **On note** $\vec{u} - \vec{v}$ **le vecteur** $\vec{u} + (-\vec{v})$

- **Pour tous vecteurs** $\vec{u}$ **et** $\vec{v}$ **et pour tous réels** k **et** k' **on a :**

$$k\,(\vec{u} + \vec{v}) = k\,\vec{u} + k\,\vec{v}$$

$$(k + k')\,\vec{u} = k\,\vec{u} + k'\,\vec{u}$$

$$k\,(k'\vec{u}) = k'\,(k\,\vec{u})$$