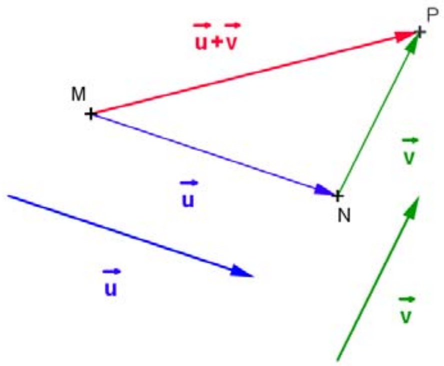
Addition de vecteurs

I) Somme de vecteurs

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs et M un point.
La translation de vecteur $\vec{u}$ associe au point M le point N
La translation de vecteur $\vec{v}$ associe au point N le point P
La translation qui associe le point P au point M est appelée :
translation de vecteur $\vec{u}+\vec{v}$



1) Définition

La somme de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement des translations de vecteur $\vec{u}$ et de vecteur $\vec{v}$
On note ce vecteur $\vec{u} + \vec{v}$

2) Propriété

Dans un repère, on donne les vecteurs $\vec{u}$ $(x\ ;\ y)$ et $\vec{v}$ $(x'\ ;\ y')$

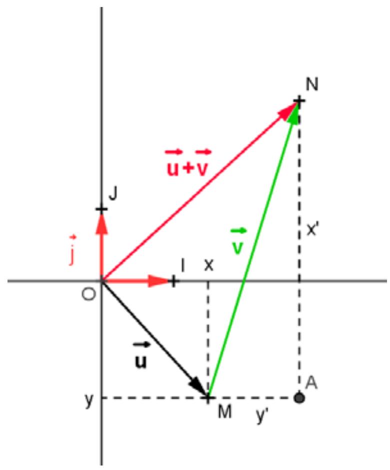
Alors les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ sont $(x + x'\ ;\ y + y')$

Démonstration

Dans un repère d'origine O, la translation de vecteur $\vec{u}(x\ ;\ y)$ associe au point O le point M$(x\ ;\ y)$, la translation de vecteur $\vec{v}$ $(x'\ ;\ y')$ associe au point M le point N.
Alors $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{ON}$ on cherche donc les coordonnées du point N
les coordonnées de $\overrightarrow{MN}$ sont
$(x_N - x\ ;y_N - y)$
Or $\overrightarrow{MN} = \vec{v}$

donc $x' = x_N - x$ et $y' = y_N - y$

d'où $\vec{u} + \vec{v}$ $(x' + x\ ;\ y' + y)$



Exemple

Dans un repère on considère $\vec{u}$ (3 ; –2) et $\vec{v}$ (4 ; 6)

Alors $\vec{u}$ + $\vec{v}$ (3 + 4 ; – 2 + 6) d'où $\vec{u}$ + $\vec{v}$(7 ; 4)

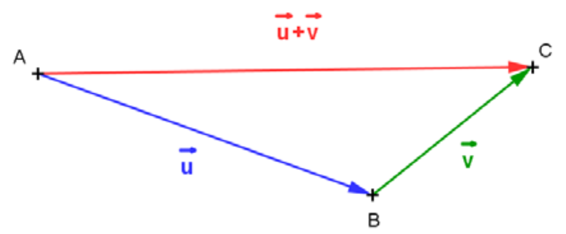
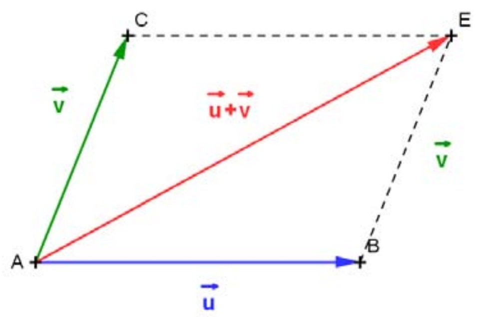
3) Propriétés

Pour tous vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, et $\vec{w}$:

- $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
- $\vec{u} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{u}$
- $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$

II) Constructions géométriques

Pour construire géométriquement la somme de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, on peut procéder de l'une ou de l'autre des façons suivantes

Relation de Chasles $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$	**Règle du parallélogramme**
	
On dispose « bout à bout » le représentant (A , B) de $\vec{u}$ et le représentant (B , C) de $\vec{v}$	**On choisit des représentants (A, B) de $\vec{u}$ et (A , C) de $\vec{v}$ de même origine. La somme $\vec{u}$ + $\vec{v}$ est le vecteur $\overrightarrow{AE}$ tel que ABEC soit un parallélogramme.**