Vecteurs colinéaires

I) Définition

Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si, et seulement si, il existe un nombre réel k tel que $\vec{v} = k\,\vec{u}$.

Le vecteur nul $\vec{0}$ est colinéaire à tous les vecteurs.

Exemples

1) $\vec{u}$ (2 ; – 3) et $\vec{v}$ (10 ; – 15) sont colinéaires en effet 10 = 2 x **5** et –15 = –3 x **5**

donc $\vec{v} = \mathbf{5}\,\vec{u}$

2) $\vec{u}\left(\frac{1}{3} ; -\frac{3}{5}\right)$ et $\vec{v}\left(\frac{2}{9} ; -\frac{1}{5}\right)$ sont colinéaires en effet $\frac{2}{9} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \times \frac{2}{3}$ et $-\frac{1}{5} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \times -\frac{3}{5}$

donc $\vec{v} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\,\vec{u}$

3) $\vec{u}$ (4 ; 5) et $\vec{v}$ (8 ; –10) ne sont pas colinéaires en effet 8 = 4 x **2** mais –10 $\neq$ 5 x **2**

II) Propriétés

- **Trois points A, B et C sont alignés si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.**

- **Deux droites (AB) et (CD) sont parallèles si, et seulement si, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.**

Exemples :

1) Soit les points A(1 ; – 2) , B(4 ; 3) et C (10 ; 13).
Pour savoir s'ils sont alignés on calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:
$\overrightarrow{AB}$ (4 – 1 ; 3 – (– 2)) $\overrightarrow{AB}$ (3 ; 5)
$\overrightarrow{AC}$ (10 – 1 ; 13 – (–2)) $\overrightarrow{AC}$ (9 : 15)
Il est clair que $\overrightarrow{AC} = 3\,\overrightarrow{AB}$ donc les points sont alignés.

2) Soit les points A (1 ; 3) , B (5 ; 2) , C (6 ; 5) et D (10 ; – 2).
Pour savoir si les droites (AB) et (CD) sont parallèles on calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$
$\overrightarrow{AB}$ (5 – 1 ; 2 – 3) $\overrightarrow{AB}$ (4 ; –1)
$\overrightarrow{CD}$ (10 – 4 ; – 2 – 5) $\overrightarrow{CD}$ (6 ; – 7)
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires, les droites ne sont donc pas parallèles.