

# Proportionnalité

## I) Proportionnalité et produit en croix

### 1) Propriété

Pour tous nombres a b c et d non nuls, le tableau ci-dessous représente une situation de proportionnalité. Dans ce cas on a :

a	c
b	d

Dans ce cas on a :

$$a \times d = b \times c$$

**Dire qu'un tableau représente une situation de proportionnalité revient à dire que les produits en croix sont égaux**

### 2) Exemples

**Exemple 1 :**

3	2	7
4,5	3	10,5

Le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité  
Le coefficient de proportionnalité est 1,5 et on a :

$$3 \times 3 = 4,5 \times 2 = 9 \text{ et} \\ 2 \times 10,5 = 3 \times 7 = 21$$

**Exemple 2 :** Le tableau ci-dessous est-il un tableau de proportionnalité ?

7	14,7
9	18,9

Les produits en croix nous donnent :  
 $7 \times 18,9 = 132,3$   
 $9 \times 14,7 = 132,3$

On a donc  $7 \times 18,9 = 9 \times 14,7$ . Les produits en croix sont bien égaux.

Le tableau ci-dessus est bien un tableau de proportionnalité

**Exemple 3 :** Le tableau ci-dessous est-il un tableau de proportionnalité ?

7	2
20	6

Les produits en croix nous donnent :  
 $7 \times 6 = 42$   
 $20 \times 2 = 40$

On a donc  $7 \times 6 \neq 20 \times 2$ . Les produits en croix ne sont pas égaux.

Le tableau ci-dessus n'est pas un tableau de proportionnalité

### **3) Produit en croix et fraction**

**Propriété :**

**Si les nombres  $b$  et  $d$  sont non nuls :**

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  revient à dire que  $a \times d = b \times c$



**Ce qui revient à dire aussi que :**

**Deux fractions sont égales lorsque les numérateurs sont proportionnels aux dénominateurs**

**Exemple :**

$\frac{7}{4} = \frac{21}{12}$  revient à dire que  $7 \times 12 = 21 \times 4 = 84$

Ce qui revient à dire aussi que le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité

		$\times 3$
		
Numérateurs	7	21
Dénominateurs	4	12
		
		$\times 3$

#### 4) Comment déterminer une quatrième proportionnelle en utilisant le produit en croix

**Exemple** : Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

5	1,5
9	x

On sait que  $5 \times x = 9 \times 1,5$  ce qui donne :

$$x = \frac{1,5 \times 9}{5} = 2,7$$

Donc  $x = 2,7$

### II) Représentation graphique et proportionnalité

Lorsque l'on représente graphiquement une situation de proportionnalité on remarque que **les points sont alignés avec l'origine du repère** .

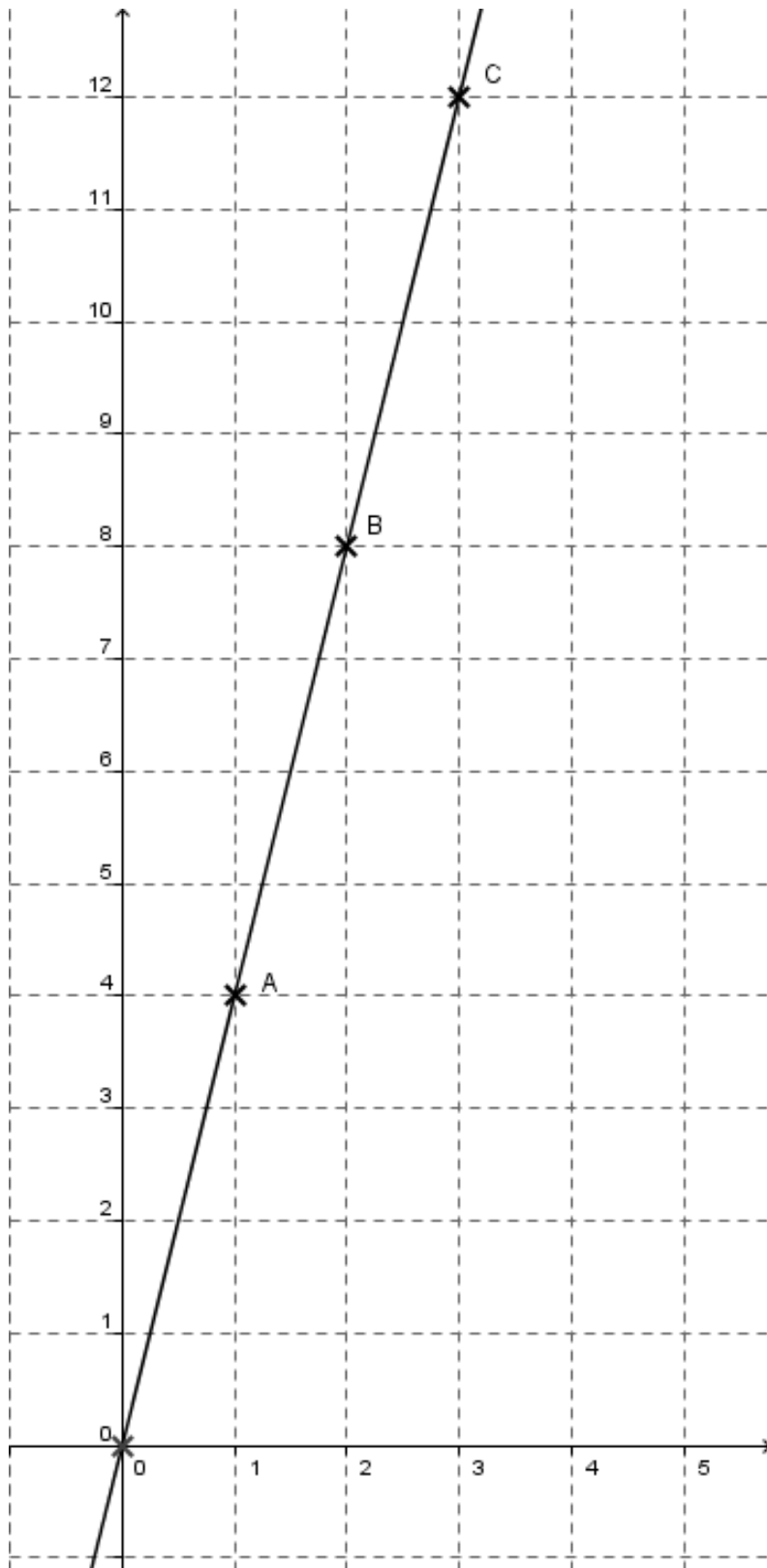
**Exemple 1** : Voici un tableau représentant le périmètre d'un carré en fonction de la longueur de ses côtés.

Longueur des côtés d'un carré	2	3	7,5	9
Périmètre de ce carré	8	12	30	36

×4

Ce tableau représente une situation de proportionnalité dont le coefficient est 4

La représentation graphique de ce tableau est :



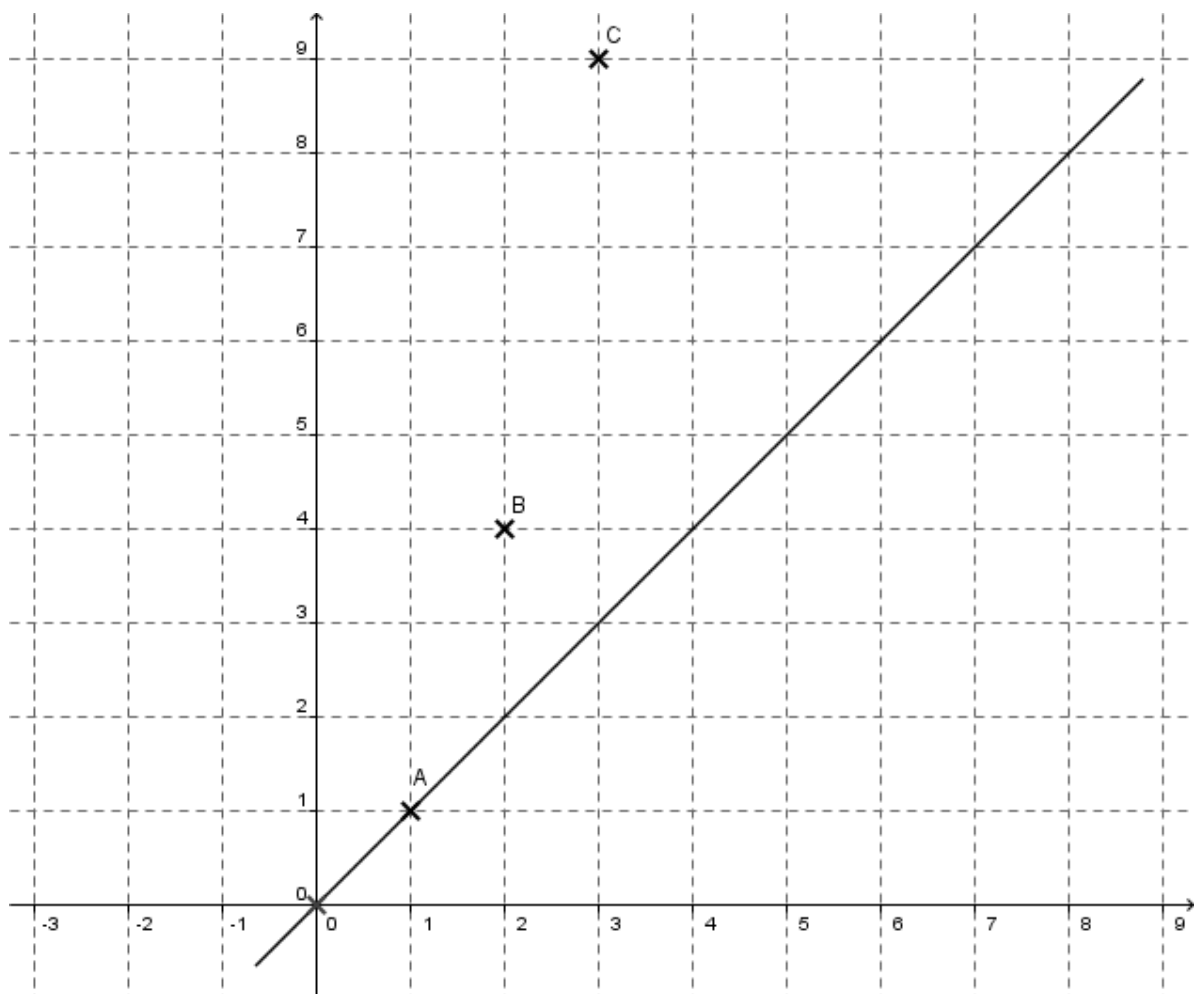
**Les points sont alignés avec l'origine O du repère**

**Exemple 2** Voici un tableau représentant l'aire d'un carré en fonction de la longueur de ses côtés.

Longueur des côtés d'un carré	1	2	3
Aire de ce carré	1	4	9

Ce tableau ne représente pas une situation de proportionnalité car :  $1 \times 4 \neq 2 \times 1$   
(On applique le produit en croix)

La représentation graphique de ce tableau est :



**Les points ne sont pas alignés avec l'origine O du repère**

## III) Vitesse

### 1) Définition et unités

**Définition :**

Si un objet se déplace d'une distance **d** pendant une durée **t** alors le quotient :  $v = \frac{d}{t}$  est la vitesse moyenne de cet objet

**Remarque :**

**Dans ce cas la distance d du parcours est proportionnelle à la durée t du trajet.**

**Exemple :** La vitesse moyenne d'un mobile est de 105 km/h., ce qui veut dire :

Il a parcouru 105 km en 1 heure, comme la distance du parcours est proportionnelle à la durée du trajet on peut dire aussi :

Il a parcouru 210 km en 2 heures ou encore :

Il a parcouru 315 km en 3 heures.....

**Remarque :** Il en résulte les formules suivantes :

$$t = \frac{d}{v} \quad \text{et} \quad d = v \times t$$

### 2) Unités

L'unité de la vitesse est en général en kilomètre par heure noté : km/h ou km.h<sup>1</sup>  
ou en mètre par seconde noté : m/s. ou m.s<sup>-1</sup>

$$v \text{ (km/h)} = \frac{d \text{ (km)}}{t \text{ (h)}} \quad \text{ou} \quad v \text{ (m/s)} = \frac{d \text{ (m)}}{t \text{ (s)}}$$

### 3) Exemples

**Exemple 1 :** Une voiture parcourt 150 km en 3 heures. Quelle est sa vitesse moyenne ?

$$v = \frac{d}{t}$$

$$v = \frac{150}{3} = 50$$

**Sa vitesse moyenne est de 50 km/h**

**Exemple 2** Une voiture a une vitesse moyenne de 90 km/h. Elle parcourt 180km. Quelle est la durée du parcours ?

On peut utiliser deux méthodes pour résoudre ce problème

**1ère méthode :** On applique la formule:  $t = \frac{d}{v}$ . Soit  $t = \frac{180}{90} = 2$

**La durée du parcours est de 2 heures.**

**2ème méthode :** On utilise la définition : on sait que : la distance du parcours est proportionnelle à la durée du trajet. On fait le tableau de proportionnalité suivant :

90 km/h veut dire qu'il parcourt 90 km en 1 heure

Distance (km)	90	180
Temps (h)	1	x

On applique le produit en croix  $x = \frac{180 \times 1}{90} = 2$ .

**La durée du parcours est de 2 heures.**

**Exemple 3** Une voiture a une vitesse moyenne de 100 km/h. La durée du parcours est de 2 h 30 min. Quelle est la distance parcourue ?

$t = 2 \text{ h } 30 \text{ min} = 2,5 \text{ h}$

**1ère méthode :** On applique la formule:  $d = v \times t$ . Soit :  $d = 100 \times 2,5 = 250$

**La distance du parcours est de 250 km.**

**2ème méthode :**

On utilise la définition : on sait que : la distance du parcours est proportionnelle à la durée du trajet. On fait le tableau de proportionnalité suivant :

100 km/h veut dire qu'il parcourt 100 km en 1 heure

Distance (km)	100	x
Temps (h)	1	2,5

On applique le produit en croix  $x = \frac{100 \times 2,5}{1} = 250$

**La distance du parcours est de 250 km.**

## IV) Conversion

### **Exemple 1 Convertir 150 km/h en m/s**

Pour avoir une vitesse en mètre par seconde il suffit de convertir les distances en mètre et le temps en seconde :

150 km/h veut dire que le mobile parcourt une distance de 150 km en 1 heure

$$150 \text{ km} = \mathbf{150\ 000 \text{ m}}$$

$$1 \text{ h} = \mathbf{3600 \text{ s}}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{150\ 000}{3\ 600} \approx 42$$

**La vitesse est donc d'environ 42 m/s**

### **Exemple 2 Convertir des $m.s^{-1}$ en $km.h^{-1}$**

Convertir 36  $m.s^{-1}$  en  $km.h^{-1}$

Pour avoir une vitesse en kilomètre par heure il suffit de convertir les distances en kilomètre et le temps en heure :

36  $m.s^{-1}$  veut dire que le mobile parcourt une distance de 36 m en 1 seconde

$$36 \text{ m} = 0,036 \text{ km}$$

$$1 \text{ s} \approx 0,000277777777\dots \text{h}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{0,036}{0,000277777777\dots} \approx 129,6$$

**La vitesse est donc d'environ 130  $km.h^{-1}$**

## V) Pourcentage

### 1) Définition

**Calculer t % d'un nombre revient à multiplier ce nombre par  $\frac{t}{100}$**

**Remarque :** Un pourcentage représente aussi une situation de proportionnalité

**Exemple 1 :** Calculer 60% de 541€ :

$$541 \times \frac{60}{100} = 541 \times 0,6 = 324,6 \quad \text{donc } \mathbf{60\% \text{ de } 541\text{€} \text{ représente } 324,60 \text{ €}}$$

**Exemple 2** Calculer 50% de 126€ :

$$126 \times \frac{50}{100} = 126 \times 0,5 = 63 \quad \text{donc } \mathbf{50\% \text{ de } 126\text{€} \text{ représente } 63 \text{ €}}$$



## 2) Propriété

**Un pourcentage traduit une situation de proportionnalité**

## 3) Calculer un pourcentage relatif à la réunion de deux groupes

### **Exemple :**

Dans un collège il y a 3 classes de 4<sup>ème</sup>

La classe de 4<sup>ème</sup> 1 est composée de 24 élèves dont 75 % d'entre eux ont pris l'anglais en 1<sup>ère</sup> langue

La classe de 4<sup>ème</sup> 2 est composée de 30 élèves dont 90 % d'entre eux ont pris l'anglais en 1<sup>ère</sup> langue

La classe de 4<sup>ème</sup> 3 est composée de 25 élèves dont 64 % d'entre eux ont pris l'anglais en 1<sup>ère</sup> langue.

**Quel est le pourcentage pour l'ensemble des 4<sup>èmes</sup> qui ont pris l'anglais en 1<sup>ère</sup> langue ?**

**Pour la classe de 4<sup>ème</sup> 1 :**  $\frac{24 \times 75}{100} = 18$

**18 élèves de 4<sup>ème</sup>1 pratiquent l'anglais en 1<sup>ère</sup> langue**

**Pour la classe de 4<sup>ème</sup> 2 :**  $\frac{30 \times 90}{100} = 27$

**27 élèves de 4<sup>ème</sup>2 pratiquent l'anglais en 1<sup>ère</sup> langue**

**Pour la classe de 4<sup>ème</sup> 3 :**  $\frac{25 \times 64}{100} = 16$

**16 élèves de 4<sup>ème</sup>3 pratiquent l'anglais en 1<sup>ère</sup> langue**

**Le nombre total d'élèves de l'ensemble des 4<sup>èmes</sup> est :**

$$24 + 30 + 25 = 79$$

**Dans ce collège, il y a 79 élèves en 4<sup>ème</sup>.**

**Le nombre total d'élèves de l'ensemble des 4<sup>èmes</sup>, qui pratiquent l'anglais en 1<sup>ère</sup> langue, est :**

$$18 + 27 + 16 = 61$$

Il y a 61 élèves de l'ensemble des 4<sup>èmes</sup> qui pratiquent l'anglais en 1<sup>ère</sup> langue est :

$$\text{Le pourcentage est donc : } \frac{61}{79} \times 100 = 77$$

**Le pourcentage pour l'ensemble des 4<sup>èmes</sup> qui ont pris l'anglais en 1<sup>ère</sup> langue est d'environ 77 %**