

# Aire

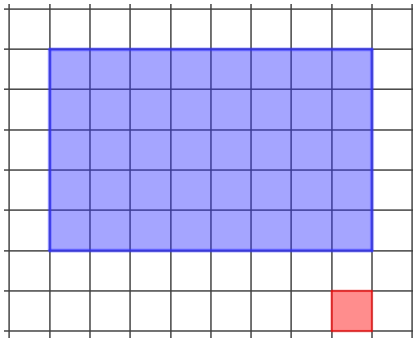
## I) Aire d'une figure

### 1) Définition

La **surface** d'une figure plane est la partie qui se trouve à l'**intérieur** de cette figure.

L'**aire** d'une surface est la mesure de sa surface, dans une unité d'aire donnée.

**Exemple :**



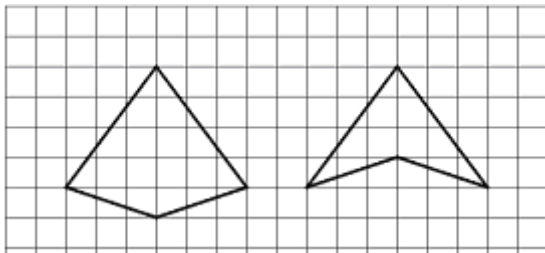
Pour calculer l'aire de ce rectangle, on **compte le nombre de carreaux qui recouvre la surface** : Il y en a : 40.

Si un carreau représente  $1 \text{ cm}^2$  alors l'aire de ce rectangle est de  $40 \text{ cm}^2$

### Remarque :

**Le périmètre et l'aire d'une figure sont deux grandeurs qu'il ne faut pas confondre.**

**Exemple :**



Ces deux figures ont le même périmètre mais leurs aires sont différentes.

## II) Unités de mesure

L'**unité d'aire** est le **mètre carré** notée :  $\text{m}^2$

• Ses multiples sont : le  $\text{km}^2$  (kilomètre carré) ;  $\text{hm}^2$  (hectomètre carré) ;  $\text{dam}^2$  (décamètre carré)

• Ses sous-multiples sont le  $\text{dm}^2$  (décimètre carré) ;  $\text{cm}^2$  (le centimètre carré) et  $\text{mm}^2$  (le millimètre carré)

On passe d'une unité à une autre en multipliant, ou en divisant par 100.

$$1\text{m}^2 = 100 \text{ dm}^2 \quad 1 \text{ m}^2 = 0,01 \text{ dam}^2 \quad 1 \text{ dm}^2 = 0,01 \text{ m}^2 ; \quad 1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

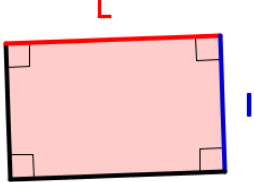
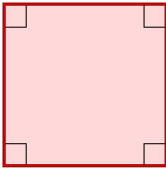
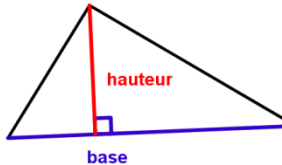
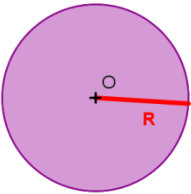
**Le tableau de conversion est :**

		× 100		× 100		× 100		× 100		× 100		× 100	
km <sup>2</sup>		hm <sup>2</sup>		dam <sup>2</sup>		m <sup>2</sup>		dm <sup>2</sup>		cm <sup>2</sup>		mm <sup>2</sup>	
	3,	5	4	8	0	0	0						
								0,	0	2	5	8	
							1	3	7,	5	8	9	4
		÷ 100		÷ 100		÷ 100		÷ 100		÷ 100		÷ 100	

**Exemples :**

3,548 km<sup>2</sup> = 3 548 000 m<sup>2</sup>      258 mm<sup>2</sup> = 0,0258 dm<sup>2</sup>      137,5894 dm<sup>2</sup> = 1375894 mm<sup>2</sup>

**III) Formules d'aire**

	Rectangle	Carré	Triangle	Disque
<b>Figures</b>				
	Soit le rectangle de largeur : <b>ℓ</b> et de Longueur : <b>L</b>	Soit le carré de côté : <b>c</b>	Soit le triangle de base: <b>b</b> et de hauteur: <b>h</b>	Soit le disque de rayon <b>R</b>
<b>Périmètres</b>	$A = \text{longueur} \times \text{largeur}$ $A = \ell \times L$	$A = \text{côté} \times \text{côté}$ $A = c \times c$	$A = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}$	$A = \pi \times R \times R$ $A = \pi \times R^2$

**3) Exemples**

**Exemple 1 :** Calculer l'aire d'un carré dont la longueur des côtés est de 4 cm

$A = c \times c$

$A = 4 \times 4$

$A = 16 \text{ cm}^2$       **L'aire est de 16 cm<sup>2</sup>.**

**Exemple 2 :** Calculer l'aire d'un disque dont le diamètre est de 6 cm

Le rayon est  $6 \div 2 = 3 \text{ cm}$

$A = \pi \times R \times R$

$A = \pi \times 3 \times 3$

$A = 9\pi \text{ cm}^2$  (valeur exacte)

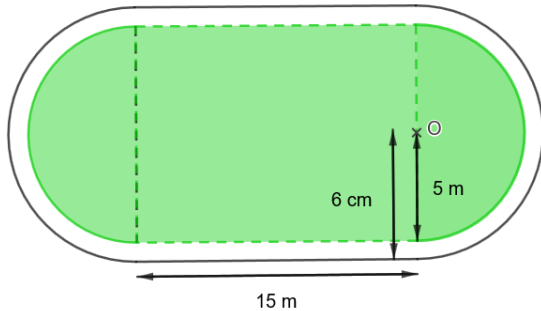
$A \approx 28,27 \text{ cm}^2$

**L'aire de cette figure est d'environ 28,27 cm<sup>2</sup>.**

## IV) Calcul d'aire d'une surface plane par décomposition en surfaces dont les aires sont facilement calculables

### 1) Par addition

**Exemple :** Calculer l'aire de la partie verte :



#### a) Calculons l'aire du rectangle :

$$\mathcal{A}_{\text{rectangle}} = L \times \ell$$

La largeur du rectangle est :  $2 \times 5 = 10 \text{ m}$

$$\mathcal{A}_{\text{rectangle}} = 10 \times 15 = 150$$

**L'aire du rectangle est de 150 m<sup>2</sup>**

#### b) Calculons l'aire du disque :

La figure est composée de **deux demi-disques de même rayon**, ce qui revient à calculer l'aire d'un disque entier :

$$\mathcal{A}_{\text{disque}} = \pi \times R \times R$$

$$\mathcal{A}_{\text{disque}} = \pi \times 5 \times 5$$

$$\mathcal{A}_{\text{disque}} = 25 \pi \approx 78,54$$

**L'aire du disque est d'environ 78,54 m<sup>2</sup>**

#### c) Calculons l'aire de la surface verte

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{\text{rectangle}} + \mathcal{A}_{\text{disque}}$$

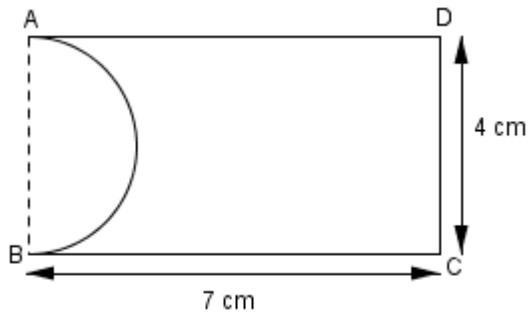
$$\mathcal{A} = 150 + 78,54 = 228,54 \text{ m}^2$$

**L'aire du quadrilatère ABCE est de 228,54 m<sup>2</sup>.**

## 2) Par soustraction

### Exemple :

Calculer l'aire de la figure suivante  
(On prendra pour valeur approchée de  $\pi$  : 3,14)



La figure ci-dessus est formée d'un rectangle auquel on a découpé un demi-disque :

### a) Calculons l'aire du rectangle ABCD

L'aire du rectangle ABCD est :  $\mathcal{A}_{ABCD} = L \times l$        $\mathcal{A}_{ABCD} = 7 \times 4 = 28$   
**L'aire du rectangle ABCD est de 28 cm<sup>2</sup>**

### b) Calculons l'aire du demi disque :

Le diamètre du cercle est de 4 cm donc son rayon est de 2 cm

$$\mathcal{A} = \frac{\pi \times r^2}{2}. \quad \mathcal{A} \approx \frac{3,14 \times 2^2}{2} = \frac{3,14 \times 4}{2} = 6,28$$

**L'aire du demi-disque est d'environ 6,28 cm<sup>2</sup>.**

### c) Calculons l'aire de la figure ci-dessus :

$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{ABCD} - \mathcal{A}_{\text{demi disque}}$        $\mathcal{A} = 28 - 6,28 = 21,72$   
**L'aire de la figure est d'environ 21,72 cm<sup>2</sup>.**