

Proportionnalité

I) Exemples :

Exemple 1 : On calcule le périmètre d'un carré connaissant la longueur de ses côtés

Longueur des côtés d'un carré	2	3	7,5	9
Périmètre de ce carré	8	12	30	36

×4

Le périmètre du carré est proportionnel à la longueur du côté de ce carré car on multiplie toujours par 4 la longueur des côtés du carré pour obtenir son périmètre.

Exemple 2 : Christine achète des abricots à 2,50€ le kilogramme

Quantité d'abricots (en kg)	1	2	3,5	4
Prix (en €)	2,5	5	8,75	10

×2,5

Le prix des abricots est proportionnel à la quantité de ces abricots car on multiplie toujours par 2,5 la quantité pour obtenir le prix.

Exemple 3 : Christine veut acheter des pantalons. Le prix du pantalon est de 25€ et pour deux pantalons achetés le troisième est gratuit.

Nombre de pantalons	1	2	3	6
Prix (en €)	25	50	50	100

Un pantalon coûte 25 €, 2 pantalons coûtent 50 €.

3 pantalons coûtent aussi 50€ puisque le troisième est gratuit.

Les 6 pantalons coûtent 100€ puisque l'on en paye 4 et on en a deux gratuits

Le prix des pantalons n'est pas proportionnel aux nombres de ces pantalons

car : $1 \times 25 = 25$ $2 \times 25 = 50$ mais $3 \times 25 \neq 50$

II) Définition :

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre. Ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

III) Méthodes : Comment reconnaître une situation de proportionnalité

Pour reconnaître une situation de proportionnalité, on peut construire un tableau, où chaque ligne représente une quantité et montrer que ce tableau est bien un tableau de proportionnalité.

En utilisant le coefficient de proportionnalité

Exemple 1 : Eléa achète 3kg d'oranges 2,70 € et 5kg d'oranges à 4,50 €. La masse d'oranges et le prix payé sont-ils proportionnels ?

Masse d'oranges en kg	3	5
Prix payé en euros	2,7	4,5

On cherche le prix à l'unité : (coefficient de proportionnalité) et on vérifie que les deux calculs donnent le même résultat :

$$\frac{2,70}{3} = 0,9 \text{ et } \frac{4,50}{5} = 0,9$$

Comme $\frac{2,70}{3} = \frac{4,50}{5} = 0,9$ alors **la masse d'oranges et le prix payé sont bien proportionnels.**

Exemple 2 : Ileana achète des avocats 1 avocat coûte 0,90€, deux avocats 1,80€ et 3 avocats 2,50€. Le prix payé est-il proportionnel au nombre d'avocats ?

On cherche le prix à l'unité : (coefficient de proportionnalité) et on vérifie que les trois calculs donnent le même résultat :

$$\frac{0,90}{1} = 0,9 \quad \frac{1,80}{2} = 0,9 \text{ mais } \frac{2,50}{3} = 0,83... \neq 0,9$$

Réponse : On fait un tableau :

Quantité d'avocats	1	2	3
Prix payé en euros	0,90	1,80	2,50

Comme $\frac{0,90}{1} \neq \frac{2,50}{3}$ alors **le prix payé n'est pas proportionnel au nombre d'avocats.**

En utilisant les colonnes

Exemple 1 : Eva parcourt 3 tours de pistes en 8 minutes et 6 tours en 16 minutes.

Le nombre de tours de pistes et le temps mis pour les effectuer sont-ils proportionnels ?

Réponse : On fait un tableau :

	× 2	
	↘	
Nombre de tours de pistes	3	6
Temps en minutes	8	16
	↗	
	× 2	

$$3 \times 2 = 6 \text{ et } 8 \times 2 = 16$$

Si on parcourt une distance deux fois plus grande, on mettra 2 fois plus de temps pour la parcourir.

Le nombre de tours de pistes et le temps mis pour les effectuer sont proportionnels.

Exemple 2 : Dans une grande surface, Jeanne achète trois bouteilles d'eau 1,50 € et six bouteilles de la même marque 2,10 €. Le nombre de bouteilles et le prix payé sont-ils proportionnels ?

Réponse : On fait un tableau :

	× 2	
	↘	
Nombre de bouteilles	3	6
Prix payé en euros	1,50	2,10

Si on achète le double de bouteilles on devrait en payer le double.

$$3 \times 2 = 6 \text{ mais}$$

$$1,50 \times 2 = 3 \neq 2,10$$

Le nombre de bouteilles et le prix payé ne sont donc pas proportionnels.

IV) Compléter un tableau de proportionnalité.

En utilisant le coefficient de proportionnalité	En utilisant les colonnes																										
<p>Exemple 1 :</p> $9 \div 5 = 1,8$ <p>Le coefficient de proportionnalité est 1,8</p> <table border="1" data-bbox="204 488 502 633"><tr><td>5</td><td>1,5</td></tr><tr><td>9</td><td></td></tr></table> <p>$\times 1,8$</p> <p>Donc $x = 1,8 \times 1,5 = 2,7$</p> <table border="1" data-bbox="204 728 502 873"><tr><td>5</td><td>1,5</td></tr><tr><td>9</td><td>2,7</td></tr></table> <p>$\times 1,8$</p>	5	1,5	9		5	1,5	9	2,7	<p>Exemple 2 : On veut compléter le tableau ci-dessous :</p> <table border="1" data-bbox="740 376 975 468"><tr><td>5</td><td>1,5</td><td>6,5</td></tr><tr><td>9</td><td></td><td></td></tr></table> <p>• Pour passer d'une colonne à une autre, on multiplie par un même nombre :</p> <p>$\times 0,3$</p> <table border="1" data-bbox="740 676 975 822"><tr><td>5</td><td>1,5</td><td>6,5</td></tr><tr><td>9</td><td>2,7</td><td></td></tr></table> <p>$\times 0,3$</p> <p>• Pour la troisième colonne :</p> <p>Propriété : On peut additionner deux colonnes du tableau pour obtenir le résultat d'une troisième colonne :</p> <table border="1" data-bbox="740 1227 1023 1357"><tr><td>5</td><td>1,5</td><td>6,5</td></tr><tr><td>9</td><td>2,7</td><td>11,7</td></tr></table> <p>$5 + 1,5 = 6,5$ $9 + 2,7 = 11,7$</p>	5	1,5	6,5	9			5	1,5	6,5	9	2,7		5	1,5	6,5	9	2,7	11,7
5	1,5																										
9																											
5	1,5																										
9	2,7																										
5	1,5	6,5																									
9																											
5	1,5	6,5																									
9	2,7																										
5	1,5	6,5																									
9	2,7	11,7																									