Ecritures fractionnaires

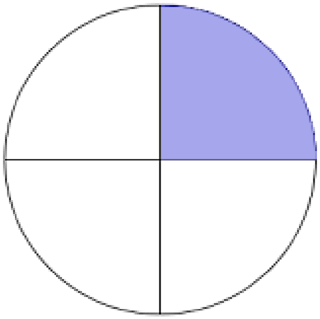
I) définitions et représentation

1) Définition 1 :

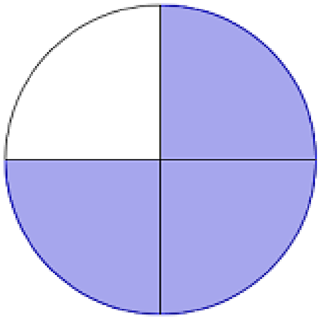
Lorsque nous partageons une unité en plusieurs parties égales, chaque partie représente une fraction de cette unité.

Exemples :

Exemple 1 :
Lorsque nous partageons un gâteau en **4 parts égales**, chaque part représente $\frac{1}{4}$ du gâteau et **3** parts de ce gâteau représentent les $\frac{3}{4}$ de celui-ci.

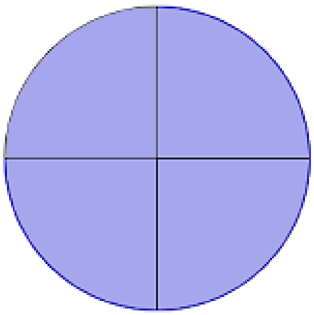


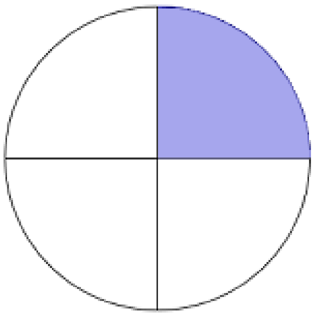
$\frac{1}{4}$ du gâteau est colorié



les $\frac{3}{4}$ du gâteau sont coloriés

Exemple 2
Lorsque nous partageons **deux gâteaux identiques**, chacun en **4 parts égales**, chaque part représente $\frac{1}{4}$ de gâteau et ainsi 1 gâteau entier plus une part du deuxième gâteau représentent les $\frac{5}{4}$





1 gâteau entier : $\frac{4}{4}$ de celui-ci $+$ $\frac{1}{4}$ du deuxième gâteau $=$ $\frac{5}{4}$ de gâteau en tout.

2) Définition 2 :

La notation $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$ est une écriture fractionnaire.

Le nombre a est le numérateur.

Le nombre b est le dénominateur.

Si les nombres a et b sont entiers alors $\frac{a}{b}$ $(b \neq 0)$ est une fraction

$\frac{a}{b}$

Numérateur → a

Dénominateur → b

Remarque :

Le numérateur peut donc être plus grand que le dénominateur.

3) Lecture des fractions

Pour lire une fraction on commence par lire le numérateur (normalement) puis par le dénominateur auquel on rajoute ième.
Exceptions avec les dénominateurs 2 ; 3 et 4.

Exemples :

$\frac{3}{8}$ **se lit trois huit*ièmes***

Exceptions :

$\frac{1}{2}$ **se lit : « un demi »** $\frac{5}{3}$ **se lit : « cinq tiers »** $\frac{3}{4}$ **se lit : « trois quart »**

4) Demi-droite graduée

Pour repérer la fraction $\frac{a}{b}$ sur une droite graduée, où a et b sont deux nombres entiers $(b \neq 0)$:

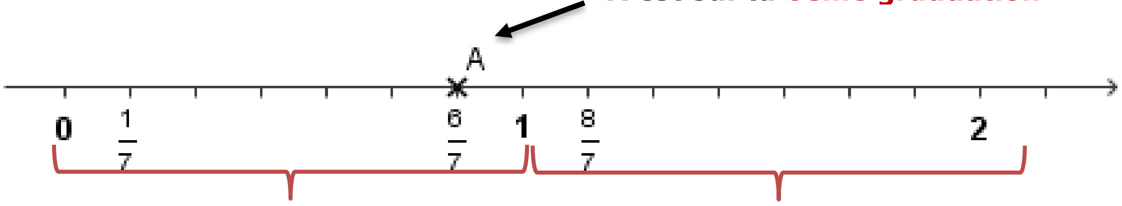
On partage l'unité en b parties égales

On place le point A sur la a-ème graduation

Exemple 1:

Ci-dessous l'unité (entre 0 et 1 ou entre 1 et 2…) est partagée en **7 parts égales**, ainsi chaque graduation représente $\frac{1}{7}$ de l'unité.

A est sur la 6ème graduation

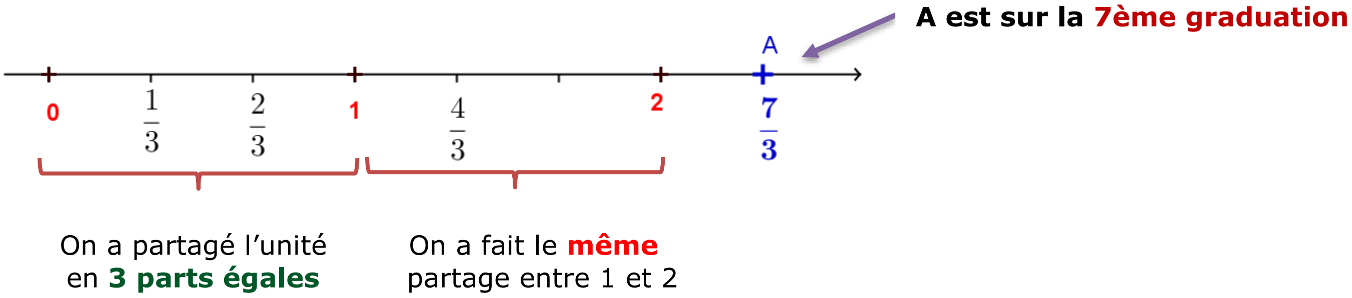


On a partagé l'unité en 7 parts égales **On a fait le même partage entre 1 et 2 etc…**

L'abscisse du point A est $\frac{6}{7}$

Exemple 2:

On veut placer la fraction $\frac{7}{3}$ sur la demi-droite graduée



II) Comparer une fraction avec 1

- **Si le numérateur est plus petit que le dénominateur alors la fraction est inférieure à 1.**
- **Si le numérateur est égal au dénominateur alors la fraction est égale à 1.**
- **Si le numérateur est plus grand que le dénominateur alors la fraction est supérieure à 1.**

Exemples :

$\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}} < \mathbf{1}$ car $\mathbf{3} < \mathbf{7}$

$\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{8}} = 1$ car les numérateurs et dénominateurs sont égaux.

$\frac{\mathbf{11}}{\mathbf{7}} > \mathbf{1}$ car $\mathbf{11} > \mathbf{7}$

III) Quotients égaux

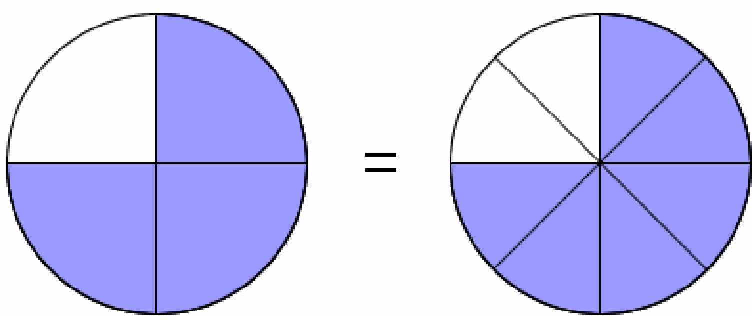
Propriété :

La valeur d'une écriture fractionnaire ne change pas lorsque l'on multiplie ou divise son numérateur et son dénominateur par le même nombre (différent de 0)

Exemple :

Si nous prenons 3 parts d'un gâteau coupé en 4, soit les $\frac{3}{4}$ de celui-ci,

cela revient à prendre 6 parts du même gâteau partagé en 8, soit les $\frac{6}{8}$ de ce dernier :



$$\frac{3}{4} = \frac{3\times2}{4\times2} = \frac{6}{8}$$

Autres exemples :

$\frac{7}{4} = \frac{7\times5}{4\times5} = \frac{35}{20}$ $\quad\frac{12}{8} = \frac{12\div4}{8\div4} = \frac{3}{2}$ $\quad\frac{130}{20} = \frac{130\div10}{20\div10} = \frac{13}{2}$

$\frac{5}{10} = \frac{1\times5}{2\times5} = \frac{1}{2}$ $\quad\frac{10}{100} = \frac{1\times10}{10\times10} = \frac{1}{10}$

IV) Décomposition de fractions

Décomposer une fraction revient à l'écrire sous la forme d'une somme d'un entier et d'une fraction inférieur à 1

Méthode :

Exemple : Décomposons $\frac{17}{3}$

On effectue la division euclidienne de **17** par **3**

$$\begin{array}{r|l} 17 & 3 \\ \hline 2 & 5 \end{array}$$

comme $17 = 3\times5+2$ alors: $\frac{17}{3} = \frac{3\times5}{3} + \frac{2}{3} = 5 + \frac{2}{3}$

La décomposition de $\frac{17}{3}$ est $5 + \frac{2}{3}$

V) Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs

L'encadrement d'une fraction par deux entiers consécutifs est:

quotient de la division euclidienne a par b < $\frac{a}{b}$ < quotient +1

Exemple : Encadrons $\frac{17}{3}$ par deux nombres entiers consécutifs

Méthode :

- On effectue la division euclidienne de 17 par 3.

$$\begin{array}{r|l} 17 & 3 \\ \hline 2 & 5 \end{array}$$

- Le quotient est 5
- La fraction est donc comprise entre le quotient qui est 5 et 5 + 1= 6
- L'encadrement est : $\mathbf{5 < \frac{17}{3} < 6}$