

Pourcentage. Echelle. Vitesse

I) Pourcentage

1) Définition

Calculer t % d'un nombre revient à multiplier ce nombre par $\frac{t}{100}$.

Remarque : Un pourcentage représente une situation de proportionnalité.

Exemple 1 : Calculer 60% de 541€ :

$$541 \times \frac{60}{100} = 541 \times 0,6 = 324,6 \quad \text{donc 60\% de 541 € représente 324,60 €}$$

Exemple 2 : Calculer 50% de 126€ :

$$126 \times \frac{50}{100} = 126 \times 0,5 = 63 \quad \text{donc 50\% de 126 € représente 63 €.}$$

2) Propriété

Un pourcentage traduit une situation de proportionnalité.

Exemple : Sur l'étiquette d'un fromage il est indiqué « 65% de matières grasses ».

Quelle est la masse de matières grasses contenues dans un morceau de 30 grammes ?

| | | |
|---------------------------|-----|-----|
| Masse de fromage (g) | 100 | 30 |
| Masse de matières grasses | 65 | x |

$$x = \frac{65 \times 30}{100} = \frac{1950}{100} = 19,5$$

Il y a 19,5 grammes de matières grasses dans 30 grammes de fromage

3) Différentes écritures du pourcentage

Un pourcentage est une écriture particulière qui peut être exprimée d'une autre manière, en particulier on peut en donner une simple écriture décimale ou encore une écriture fractionnaire

Exemple : $50\% = \frac{50}{100} = 0,5$. Pour calculer 50% d'un nombre on peut le multiplier par 0,5.

Comme 50 est la moitié de 100 alors $\frac{50}{100} = \frac{50 \times 1}{50 \times 2} = \frac{1}{2}$ c'est-à-dire la moitié).

On peut donc **diviser la quantité par 2** :

Les différentes écritures peuvent être très pratiques dans certains exercices

Si par exemple on demande de calculer 50% de 80€.

50 est la moitié de 100 il suffit donc de diviser 80 par 2 : $80 \div 2 = 40$

Ou alors on peut faire : **$80 \times 0,5 = 40$**

donc 50% de 80€ représente 40 €. (Plus facile et rapide que de faire $50 \times 80 \div 100$).

En conclusion on peut dire que 50% peut s'écrire :

| | |
|-----------------------|---------------------------------|
| Pourcentage | 50% |
| Fraction | $\frac{1}{2}$ |
| Nombre décimal | 0,5 |

Il est bon de connaître certaines équivalences (très pratique pour le calcul mental):

| Pourcentage | Fraction | Nombre décimal |
|--------------------|---------------------------------|-----------------------|
| 20% | $\frac{1}{5}$ | 0,2 |
| 25% | $\frac{1}{4}$ | 0,25 |
| 50% | $\frac{1}{2}$ | 0,5 |
| 75% | $\frac{3}{4}$ | 0,75 |
| 100% | $\frac{1}{1}$ | 1 |

II) Echelle

1) Définition

$$\text{Echelle} = \frac{\text{distance sur le plan (dans une unité donnée)}}{\text{distance réelle (dans la même unité)}}$$

La distance sur le plan et la distance réelle doivent être **dans la même unité.**

2) Propriété

Lorsque l'on reproduit une carte, un plan ou lorsque l'on fait une maquette les longueurs sur le plan sont proportionnelles aux longueurs réelles.

3) Exemples

Remarque importante : L'échelle d'une carte est $\frac{1}{400\,000}$ signifie que :
1 cm sur le plan représente 400 000 cm réelle.

Exemple 1 : Sur une carte dont l'échelle est $\frac{1}{400\,000}$, la distance entre deux villes est de 4 cm.
Quelle est la distance réelle entre ces deux villes ?

| | | |
|----------------------------------|---------|---|
| Distance sur le plan (cm) | 1 | 4 |
| Distance réelle (cm) | 400 000 | x |

$$x = \frac{4 \times 400\,000}{1} = 1\,600\,000$$

La distance réelle entre ces deux villes est de 1 600 000 cm c'est-à-dire de 16 km.

Exemple 2 La distance entre deux villes est de 80 km. Quelle est la distance réelle entre ces deux villes sur une carte dont l'échelle est $\frac{1}{400\,000}$?

On convertit 80 km en cm. 80 km = 8 000 000 cm

| | | |
|-----------------------------|---------|-----------|
| Distance sur le plan | 1 | x |
| Distance réelle | 400 000 | 8 000 000 |

$$x = \frac{1 \times 8\,000\,000}{400\,000} = 20$$

La distance entre ces deux villes sur le plan est de 20 cm.

Exemple 3 Sur une carte, 5 cm représente 25 km en réalité. Quelle est l'échelle de ce plan ?

On convertit dans la même unité les deux longueurs.

25 km = 2 500 000 cm

Méthode 1: On utilise la formule :

$$e = \frac{\text{distance sur le plan (dans une unité donnée)}}{\text{distance réelle (dans la même unité)}} = \frac{5}{2\,500\,000} = \frac{5 \div 5}{2\,500\,000 \div 5} = \frac{1}{500\,000}$$

L'échelle est 1/500 000

Méthode 2: On fait un tableau de proportionnalité : (chercher un échelle revient à chercher la distance réelle représentée par 1 cm sur le plan) :

| | | |
|----------------------------------|-----------|-----|
| Distance sur le plan (cm) | 5 | 1 |
| Distance réelle (cm) | 2 500 000 | x |

$$x = \frac{1 \times 2\,500\,000}{5} = 500\,000$$

L'échelle est 1/500 000

III) Vitesse

1) Définition et unités

a) Définition

Si un objet se déplace d'une distance d pendant une durée t alors le quotient : $v = \frac{d}{t}$ est la vitesse moyenne de cet objet.

Remarque :

Dans ce cas la distance d du parcours est proportionnelle à la durée t du trajet (tous les problèmes sur les vitesses peuvent se résoudre en faisant un tableau de proportionnalité).

Exemple : La vitesse moyenne d'un mobile est de 105 km/h., ce qui veut dire :

Il a parcouru **105 km en 1 heure**, comme la distance du parcours est proportionnelle à la durée du trajet on peut en déduire :

Qu'il a parcouru **210 km en 2 heures** ou encore :

Qu'il a parcouru **315 km en 3 heures.....**

b) Unités

L'unité de la vitesse est en général en kilomètre par heure noté : **km/h** ou en mètre par seconde noté : **m/s**.

$$v \text{ (km/h)} = \frac{d \text{ (km)}}{t \text{ (h)}} \quad \text{ou} \quad v \text{ (m/s)} = \frac{d \text{ (m)}}{t \text{ (s)}}$$

2) Exemples

Exemple 1 : Une voiture parcourt 150 km en 3 heures. Quelle est sa vitesse moyenne ?

1ère méthode : On applique la formule :

$$v = \frac{d}{t} \text{ donc } v = \frac{150}{3} = 50$$

Sa vitesse moyenne est de 50 km/h

2ème méthode : On fait un tableau de proportionnalité :

On sait que la voiture a parcouru 150 km en 3 heures et on cherche la vitesse c'est-à-dire **la distance parcourue en 1 heure**

| | | |
|---------------|-----|-----|
| Distance (km) | 150 | x |
| Temps (h) | 3 | 1 |

On applique le produit en croix $x = \frac{150 \times 1}{3} = 50$.

La vitesse moyenne est de 50 km/h

Exemple 2 Une voiture a une vitesse moyenne de 90 km/h. Elle parcourt 180 km. Quelle est la durée du parcours ?

On peut utiliser deux méthodes pour résoudre ce problème

1ère méthode : On applique la formule : $t = \frac{d}{v}$. Soit $t = \frac{180}{90} = 2$

La durée du parcours est de 2 heures.

2ème méthode : On utilise la définition : on sait que : la distance du parcours est proportionnelle à la durée du trajet. On fait le tableau de proportionnalité suivant :

90 km/h veut dire qu'il parcourt 90 km en 1 heure

| | | |
|---------------|----|-----|
| Distance (km) | 90 | 180 |
| Temps (h) | 1 | x |

On applique le produit en croix $x = \frac{180 \times 1}{90} = 2$.

La durée du parcours est de 2 heures.

3) Conversion

Exemple : Convertir 150 km/h en m/s

Pour avoir une vitesse en mètre par seconde il suffit de convertir les distances en mètre et le temps en seconde :

150 km/h veut dire que le mobile parcourt une distance de 150 km en 1 heure

150 km = **150 000 m**

1h = **3600s**

$$v = \frac{d}{t} = \frac{150\,000}{3\,600} \approx 42$$

La vitesse est donc d'environ 42 m/s