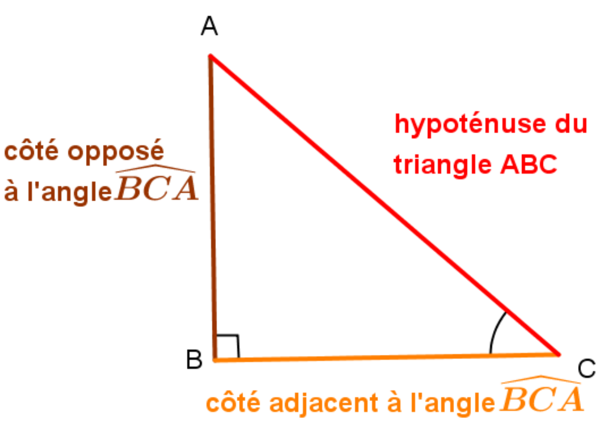
Cosinus d’un angle aigu dans un triangle rectangle

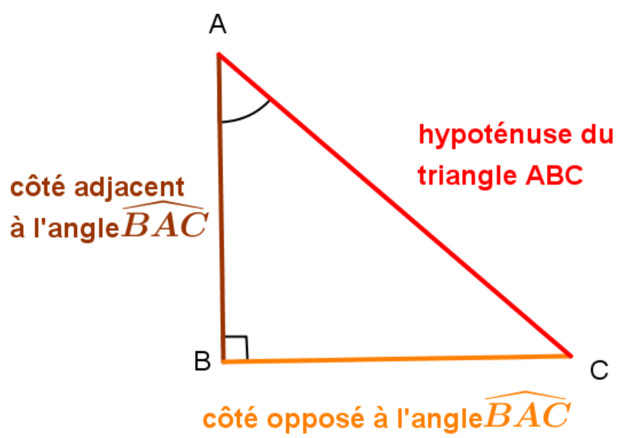
I) Vocabulaire :

Dans un triangle rectangle : il faut savoir reconnaître : **Le côté adjacent** à un angle aigu, **le côté opposé** à un angle aigu et **l’hypoténuse** de ce triangle rectangle :

1er cas possible :



2ème cas possible :



II) Formule du cosinus d’un angle aigu :

1) Notation :

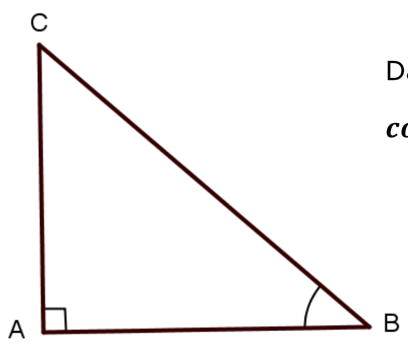
Le cosinus de l’angle $\widehat{ABC}$ se note $\cos(\widehat{ABC})$

2) Formule :

Dans un triangle rectangle, pour tout angle $\widehat{ABC}$ aigu on a :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$$

Exemple :



Dans le triangle ABC rectangle en A on a :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$

Remarque 1 :

Le cosinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1 :

Le cosinus d'un angle aigu est le quotient de deux longueurs, donc de deux nombres positifs de plus on divise par l'hypoténuse qui est le plus grand côté.

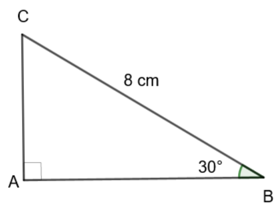
Remarque 2 :

Le cosinus est un outil qui permet **de calculer la longueur de segments ou de calculer la mesure d'angles.**

III) Application au calcul de longueur d'un côté du triangle rectangle :

Pour cela il faut connaitre une longueur et la mesure d'un angle.

Exemple 1 : Dans le triangle ci-dessous calculer AB.

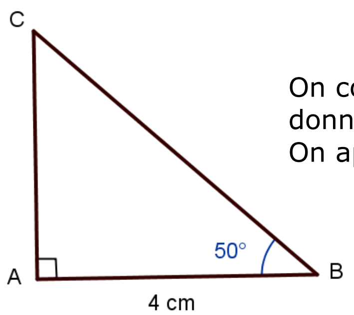


On connaît la longueur de **l'hypoténuse** et on cherche la longueur du **côté adjacent** à l'angle donné**.**
On applique donc la formule du **cosinus.**

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en B on a : $cos\ \widehat{CBA} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$

$cos\ (30°) = \frac{\mathrm{AB}}{8}$ donc $\mathrm{AB} = 8 \times \cos(30°)$ donc $\mathbf{AB \approx 6,9\ cm}$

Exemple 2 : Dans le triangle ci-dessous calculer BC.



On connaît la longueur du **côté adjacent** à l'angle donné et on cherche la longueur de **l'hypoténuse.**
On applique donc la formule du **cosinus.**

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $cos\ \widehat{CBA} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$

$cos\ (50°\ ) = \frac{4}{\mathrm{BC}}$ $\frac{cos\ (50°)}{1} = \frac{4}{\mathrm{BC}}$

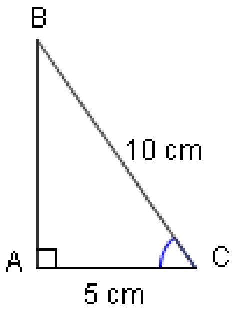
donc $\mathrm{BC} = \frac{4 \times 1}{cos\ (50°)}$ donc $\mathbf{BC \approx 6,22\ cm}$

On vérifie bien la cohérence des résultats: On recherche la longueur de l'hypoténuse qui est le côté le plus grand et on a bien 6 > 4

IV) Application au calcul de la mesure d'un angle

Pour cela il faut connaitre la longueur de deux côtés pour trouver la mesure d'un angle.

Exemple : Dans le triangle ci-dessous calculer l'angle $\widehat{BCA}$



On connaît la longueur de **l'hypoténuse** et la longueur du **côté adjacent** à l'angle cherché. On applique donc la formule du **cosinus.**

Réponse :: Dans le triangle ABC rectangle en A on a **:** $cos\,\widehat{BCA} = \frac{AC}{BC}$

$cos\,\widehat{BCA} = \frac{5}{10}$ = 0,5. On a donc $\mathbf{\widehat{BCA} = 60}$ °

à la calculatrice on tape « seconde cos 0,5 » pour les Casio
Ou : « 2nd PRB (trig) »puis ⇨ jusqu'à obtenir « cos^{-1} » puis
« 0,5) = » pour les Texas Instrument ou « shift cos » selon les modèles de calculatrice.