

# Réciproque du théorème de Pythagore. Contraposée du théorème de Pythagore

## I) La réciproque du théorème de Pythagore

### 1) Réciproque du théorème :

Si, dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle

Exemple :

Si un triangle ABC est tel que  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ , alors il est rectangle en A.

**Remarque 1 : Attention ! L'égalité doit être prouver** (voir 2) Application et méthode)

**Remarque 2 :** La réciproque du théorème sert, lorsque nous connaissons les trois longueurs du triangle, à prouver qu'il est rectangle.

### 2) Application et méthode :

**Exemple :** Soit le triangle ABC tel que :  $AB = 4,5 \text{ cm}$  ;  $BC = 6 \text{ cm}$  et  $AC = 7,5 \text{ cm}$   
Montrer que ce triangle est rectangle :

- On calcule le carré de la longueur du plus grand côté :  $AC^2 = 7,5^2 = 56,25$
- On calcule la somme des longueurs des carrés des deux autres côtés :  
 $AB^2 + BC^2 = 4,5^2 + 6^2 = 20,25 + 36 = 56,25$
- On compare :  $AC^2 = AB^2 + BC^2$
- Conclusion : le triangle ABC est donc rectangle en B, d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

## II) Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle (contraposée du théorème de Pythagore)

### 1) Application et méthode :

**Exemple :** Soit ABC un triangle tel que  $AB = 4 \text{ cm}$   $AC = 5 \text{ cm}$  et  $BC = 6 \text{ cm}$

- On calcule le carré de la longueur du plus grand côté :  $BC^2 = 6^2 = 36$
- On calcule la somme des longueurs des carrés des deux autres côtés :  
 $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$
- On compare :  $36 \neq 41$  alors  $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$
- Conclusion : Le triangle ABC n'est pas rectangle car s'il était rectangle on aurait eu l'égalité  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ , ce qui n'est pas le cas.

Dans ce cas, ce n'est pas la réciproque du théorème de Pythagore mais la contraposée du théorème.

### III) Récapitulatif :

#### Comment prouver qu'un triangle est rectangle ou non

- 1) On calcule le carré du plus grand côté
- 2) On calcule **séparément** la somme des carrés des deux autres côtés
- 3) On compare

**Si les résultats sont égaux** alors le triangle est rectangle d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**

**Si les résultats ne sont pas égaux** alors **le triangle n'est pas rectangle**  
Dans ce cas ce n'est pas la réciproque du théorème de Pythagore mais la **contraposée du théorème.**