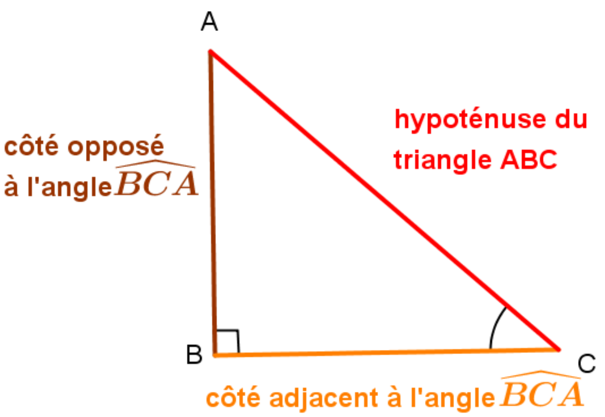
Sinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle

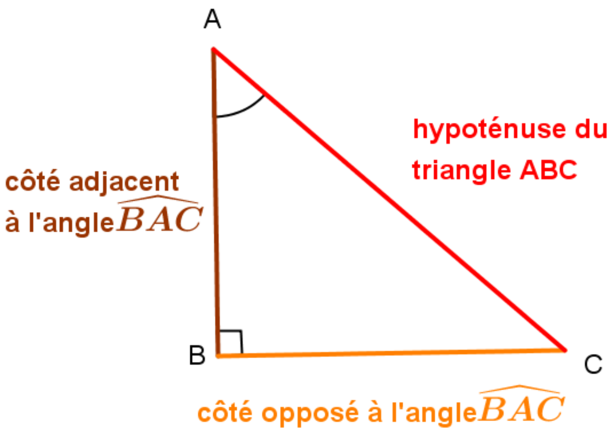
I) Vocabulaire :

Dans un triangle rectangle : il faut savoir reconnaître : **Le côté adjacent** à un angle aigu, **le côté opposé** à un angle aigu et **l'hypoténuse** de ce triangle rectangle :

1er cas possible :



2ème cas possible :



II) Formule du sinus d'un angle aigu :

1) Notation :

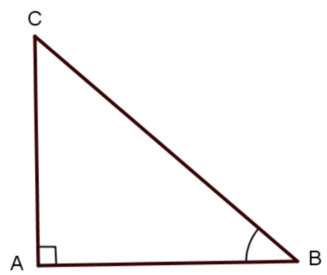
Le sinus de l'angle $\widehat{ABC}$ se note $\sin\widehat{ABC}$

2) Formule :

Dans un triangle rectangle, pour tout angle $\widehat{ABC}$ aigu on a :

$$sin\,\widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypothénuse}}$$

Exemple :



Dans le triangle ABC rectangle en A on a :

$$sin\,\widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

Remarque 1 :

Le sinus d'un angle aigu est toujours compris entre 0 et 1 :

Le sinus d'un angle aigu est le quotient de deux longueurs, donc de deux nombres positifs de plus on divise par l'hypoténuse qui est le plus grand côté.

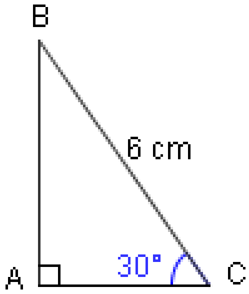
Remarque 2:

Le sinus est un outil qui permet **de calculer la longueur de segments ou de calculer la mesure d'angles.**

III) Application au calcul de longueur d'un côté du triangle rectangle :

Pour cela il faut connaitre une longueur et la mesure d'un angle

Exemple 1 : Dans le triangle ci-dessous calculer AB.



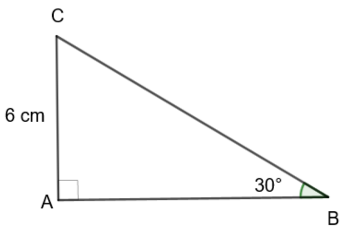
On connaît la longueur de **l'hypoténuse** et on cherche la longueur du **côté opposé à l'angle** donné. On applique donc la formule du **sinus**

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $sin\,\widehat{BCA} = \dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$

$sin\ 30° = \dfrac{\mathrm{AB}}{6}$ donc $\mathrm{AB} = 6 \times \sin 30° = 6 \times 0{,}5 = 3\ \mathrm{cm}$ donc $\boldsymbol{AB = 3\ cm}$

On vérifie bien la cohérence des résultats: On recherche le côté opposé à un angle qui doit être de longueur inférieur à la longueur de l'hypoténuse et on a bien 3 < 6.

Exemple 2 : Dans le triangle ci-dessous calculer CB.



On connaît la longueur du **côté opposé** à l'angle donné et on cherche la longueur de **l'hypoténuse.**
On applique donc la formule du **sinus**

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $sin\,\widehat{CBA} = \dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{BC}}$

$sin\ (30°) = \dfrac{6}{\mathrm{BC}}$ $\qquad \dfrac{sin\ (30°)}{1} = \dfrac{6}{\mathrm{BC}}$

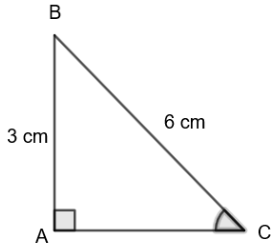
donc $\mathrm{BC} = \dfrac{6 \times 1}{sin\ (30°)}$ donc $\qquad \boldsymbol{BC = 12\ cm}$

On vérifie bien la cohérence des résultats: On recherche la longueur de l'hypoténuse qui est le côté le plus grand et on a bien 12 > 6

IV) Application au calcul de la mesure d'un angle

Pour cela il faut connaitre la longueur de deux côtés pour trouver la mesure d'un angle.

Exemple : Dans le triangle ci-dessous calculer l'angle $\widehat{BCA}$



On connaît la longueur de **l'hypoténuse** et la longueur du **côté opposé** à l'angle cherché. On applique donc la formule du **sinus.**

Réponse :: Dans le triangle ABC rectangle en A on a **:** $sin\,\widehat{BCA} = \frac{AB}{BC}$

$sin\,\widehat{BCA} = \frac{3}{6}$ = 0,5. On a donc $\mathbf{\widehat{BCA} = 30\,°}$

à la calculatrice on tape « seconde sin 0,5 » pour les Casio
Ou : « 2nd PRB (trig) »puis ⇨ jusqu'à obtenir « sin^{-1} » puis
« 0,5) = » pour les Texas Instrument ou « shift sin(0,5) » selon les modèles de calculatrice.