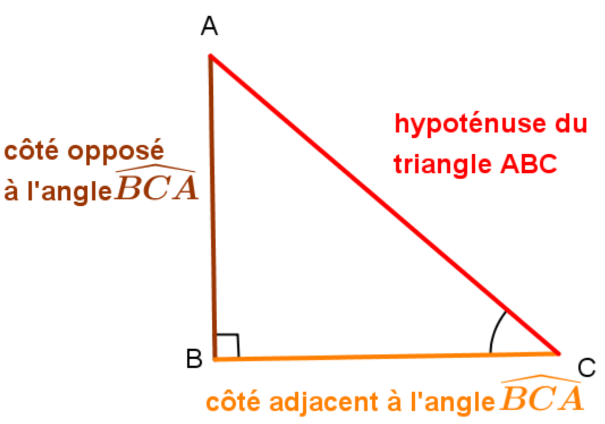
Tangente d’un angle aigu dans un triangle rectangle

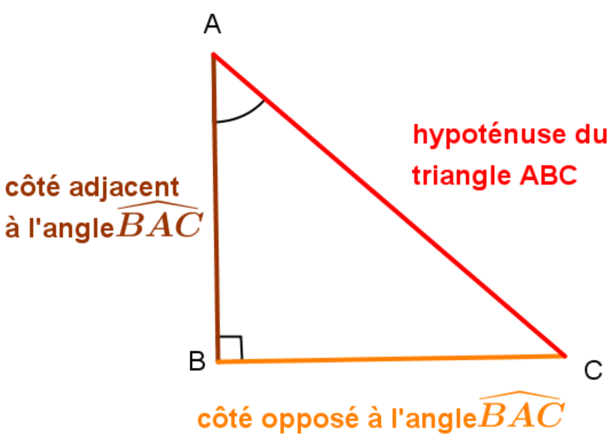
I) Vocabulaire :

Dans un triangle rectangle : il faut savoir reconnaître : **Le côté adjacent** à un angle aigu, **le côté opposé** à un angle aigu et **l’hypoténuse** de ce triangle rectangle :

1er cas possible :



2ème cas possible :



II) Formule de la tangente d’un angle aigu :

1) Notation :

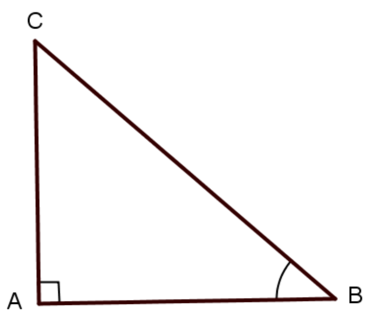
La tangente de l’angle $\widehat{ABC}$ se note tan $\widehat{ABC}$

2) Formules :

Dans un triangle rectangle, pour tout angle $\widehat{ABC}$ aigu on a :

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{ABC}}{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{ABC}}$$

Exemple :



Dans le triangle ABC rectangle en A on a :

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

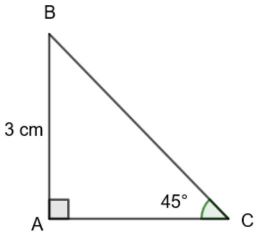
Remarque :

La tangente est un outil qui permet **de calculer la longueur de segments ou de calculer la mesure d'angles.**

III) Application au calcul de longueur d'un côté du triangle rectangle :

Pour cela il faut connaitre une longueur et la mesure d'un angle

Exemple 1 : Dans le triangle ci-dessous calculer AC

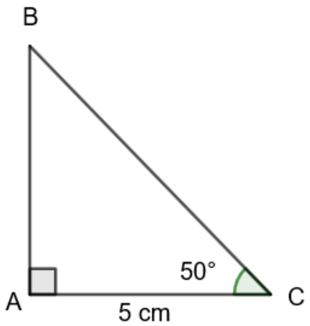


On connaît la **mesure de l'angle** et longueur du **côté opposé à l'angle.** On cherche la longueur du **côté adjacent à l'angle** donné. On applique donc la formule de la tangente.

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $tan\,\widehat{BCA} = \dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}$

$tan\ 45° \ = \dfrac{3}{\mathrm{AC}}$ $\quad \dfrac{tan\ 45°}{1} = \dfrac{3}{\mathrm{AC}}$ $\quad$ donc $\mathrm{AC} = \ 3 \times \tan(45°) = 3$ $\quad$ donc $\boldsymbol{AB \ = \ 3\ cm}$

Exemple 2 : Dans le triangle ci-dessous calculer AB



On connaît **la mesure de l'angle** et longueur du **côté adjacent à l'angle.** On cherche la longueur du **côté opposé à l'angle** donné. On applique donc la formule de la tangente.

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $tan\,\widehat{BCA} = \dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AC}}$

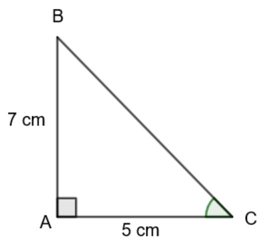
$tan\ (50°\ ) = \dfrac{\mathrm{AB}}{5}$ $\quad \dfrac{tan\ (50°)}{1} = \dfrac{\mathrm{AB}}{5}$

donc $\mathrm{AB} = 5 \times \tan(50°)$ $\quad$ donc $\quad \boldsymbol{AB \ \approx \ 6\ cm}$

IV) Application au calcul de la mesure d'un angle

Pour cela il faut connaitre la longueur de deux côtés pour trouver la mesure d'un angle

Exemple : Dans le triangle ci-dessous calculer l'angle $\widehat{BCA}$



On connaît la longueur du **côté opposé** à **l'angle cherché** et la longueur du **côté adjacent** à l'angle cherché. On applique donc la formule de la **tangente**.

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a **:** $tan\,\widehat{BCA} = \frac{AB}{AC}$

$tan\,\widehat{BCA} = \frac{7}{5}$ = 1,4. On a donc $\boldsymbol{(\widehat{BCA}) = 54,5\,°}$

à la calculatrice on tape « seconde tan 0,5 » pour les Casio
Ou : « 2^{nd} PRB (trig) »puis ⇨ jusqu'à obtenir « tan^{-1} » puis
« 0,5) = » pour les Texas Instrument ou « shift tan » selon les modèles de calculatrice.