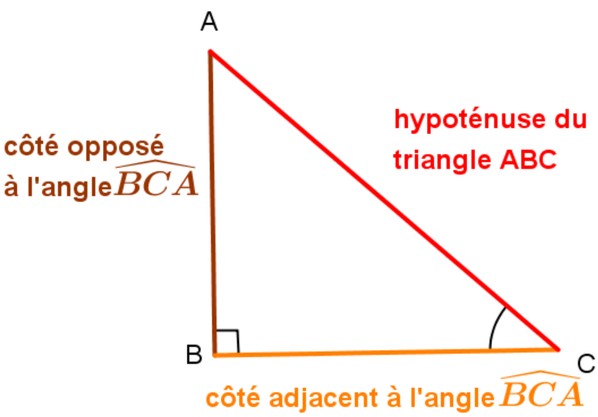
Méthode d'utilisation des formules trigonométriques

Nous avons vu dans les précédents chapitres les 3 formules des cosinus, sinus et tangente.
La difficulté majeure lorsque nous résolvons des problèmes est de savoir qu'elle est la formule que nous pouvons utiliser. C'est ce que nous allons voir dans ce cours.

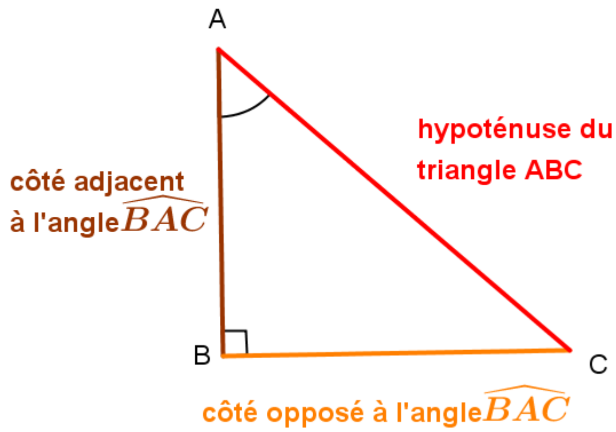
I) Vocabulaire (rappel :)

Dans un triangle rectangle : il faut savoir reconnaître : **Le côté adjacent** à un angle aigu, **le côté opposé** à un angle aigu et **l'hypoténuse** de ce triangle rectangle :

1er cas possible :



2ème cas possible :



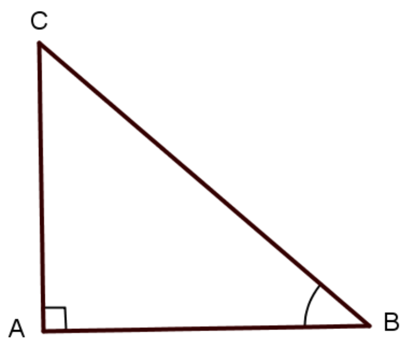
II) Formules trigonométriques (rappel)

Dans un triangle rectangle, pour tout angle $\widehat{ABC}$ aigu on a :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypothénuse}}$$

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{ABC}}{\text{longueur de l'hypothénuse}}$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{longueur du côté opposé à l'angle } \widehat{ABC}}{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{ABC}}$$



Dans le triangle ABC rectangle en A on a :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$

Aide pour retenir les formules : CAHSOHTOA

C : **c**osinus
A : **a**djacent
H : **h**ypoténuse
S : **s**inus
O : **o**pposé
H : **h**ypoténuse
T : **t**angente
O : **o**pposé
A : **a**djacent

III) Méthode d'utilisation des formules trigonométriques

1) On connait la mesure de l'angle

Il faut se poser deux questions pour savoir quelle formule utilisée :

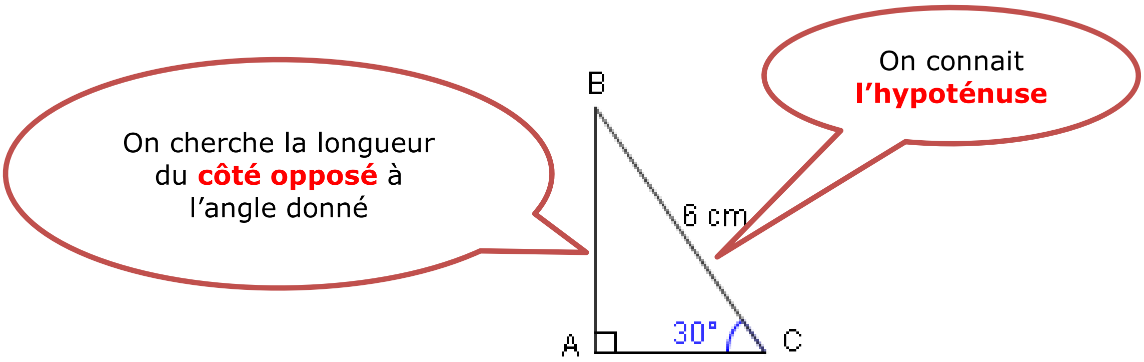
- **Par rapport à l'angle donné** quel est le côté dont **la longueur est connue** ?
- **Par rapport à l'angle donné** quel est le **côté cherché** ?

La réponse à ces deux questions vous donnera la solution.

Exemple : Si la réponse à la 1ère question est : **côté adjacent** et la réponse à la 2ème question est **hypoténuse** alors on utilise la formule du **COSINUS** car c'est la seule formule ou apparait le nom de côté adjacent et hypoténuse

Exemples

Exemple 1 : Dans le triangle ci-dessous calculer AB.

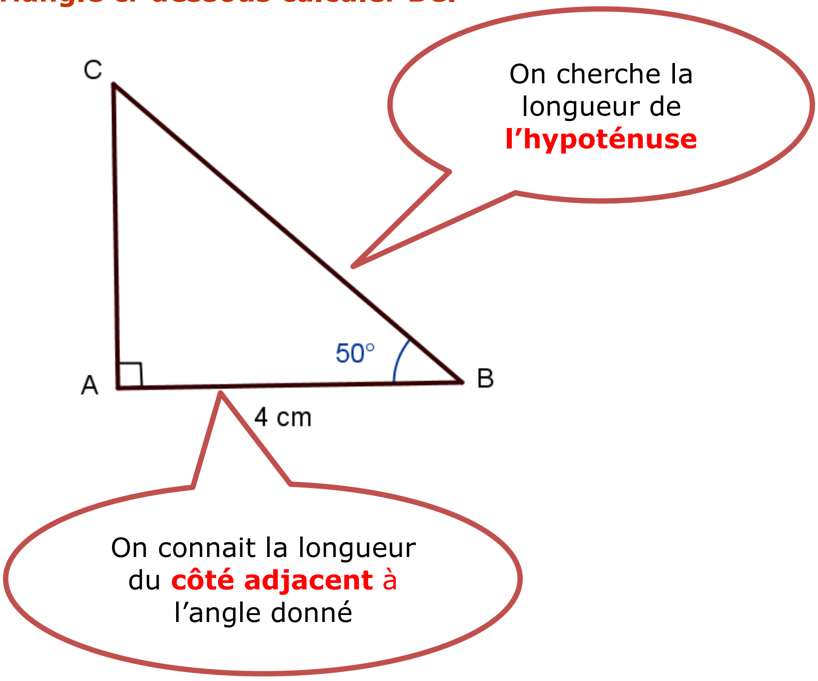


La seule formule où apparait côté opposé et hypoténuse est le sinus

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $sin\ \widehat{BCA} = \frac{\text{AB}}{\text{BC}}$

$sin\ 30° = \frac{\text{AB}}{6}$ donc $\text{AB} = 6 \times \sin 30° = 6 \times 0{,}5 = 3 \text{ cm}$ donc $\boldsymbol{AB = 3\ cm}$

Exemple 2 : Dans le triangle ci-dessous calculer BC.



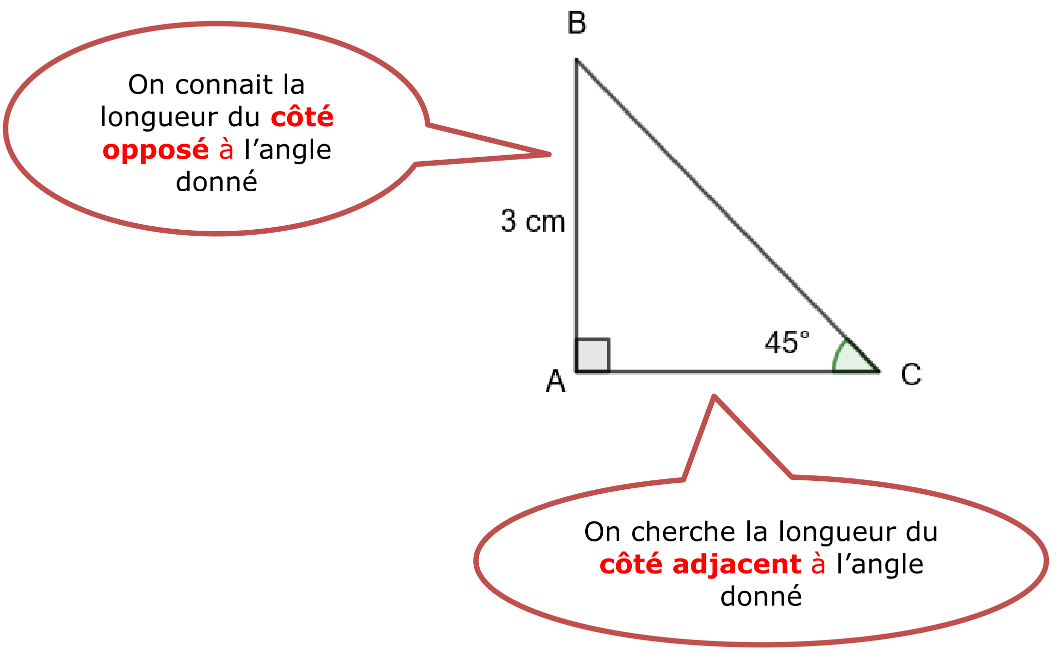
La seule formule où apparait côté adjacent et hypoténuse est le cosinus

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $cos\ \widehat{CBA} = \dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BC}}$

$cos\ (50°) = \dfrac{4}{\mathrm{BC}}$ $\qquad \dfrac{cos\ (50°)}{1} = \dfrac{4}{\mathrm{BC}}$

donc $\mathrm{BC} = \dfrac{4 \times 1}{cos\ (50°)}$ $\qquad$ donc $\qquad$ $\mathbf{BC \approx 6,22\ cm}$

Exemple 3 : Dans le triangle ci-dessous calculer AC



La seule formule où apparait côté opposé et côté adjacent est la tangente

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $tan\,\widehat{BCA} = \dfrac{\text{AB}}{\text{AC}}$

$tan\,45° = \dfrac{3}{\text{AC}}$ $\qquad \dfrac{tan\,45°}{1} = \dfrac{3}{\text{AC}}$ $\qquad$ donc $\text{AC} = 3 \times \tan(45°) = 3$ donc $\boldsymbol{AB = 3\ cm}$

2) On cherche la mesure de l'angle

Il faut se poser deux questions pour savoir quelle formule utilisée :

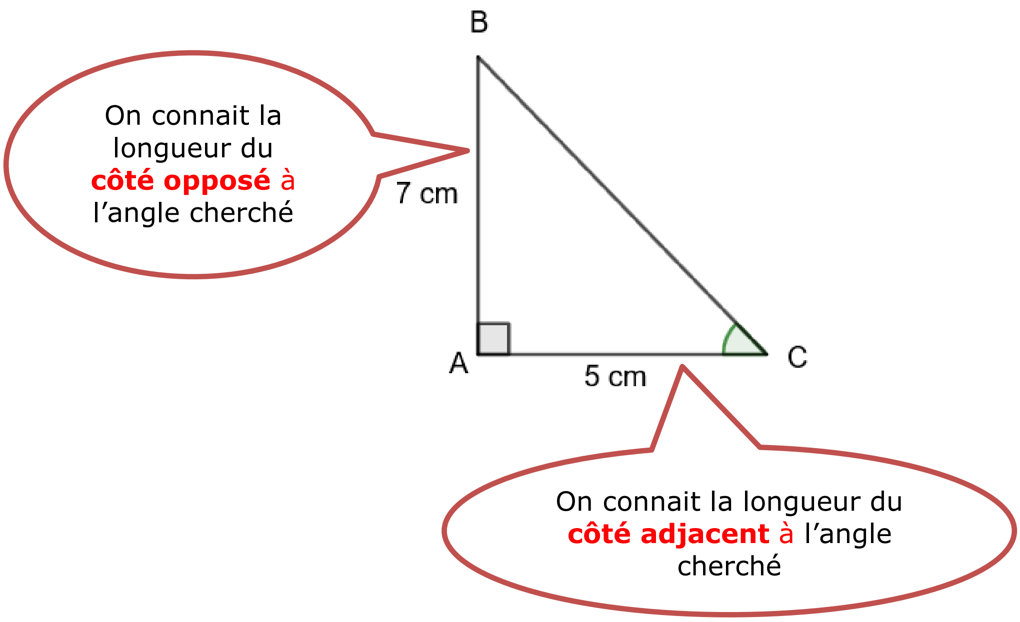
- **Par rapport à l'angle cherché** quel est le côté dont **la longueur est connue** ?
- **Par rapport à l'angle cherché** quel est **l'autre longueur du côté connue** ?

La réponse à ces deux questions vous donnera la solution.

Exemple : Si la réponse à la 1ère question est : **côté adjacent** et la réponse à la 2ème question est **hypoténuse** alors on utilise la formule du **COSINUS** car c'est la seule formule ou apparait le nom de côté adjacent et hypoténuse

Exemples

Exemple 1 : Dans le triangle ci-dessous calculer l'angle $\widehat{BCA}$

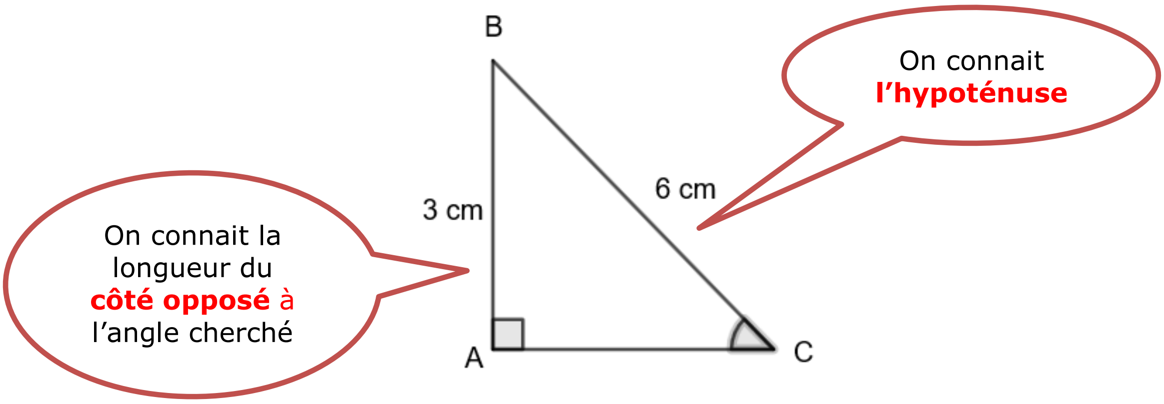


La seule formule où apparait côté opposé et côté adjacent est la tangente

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a **:** $tan\,\widehat{BCA} = \dfrac{AB}{AC}$

$tan\,\widehat{BCA} = \dfrac{7}{5}$ = 1,4. On a donc $\qquad \boldsymbol{\widehat{BCA} = 54,5\,°}$

Exemple 2 : Dans le triangle ci-dessous calculer l'angle $\widehat{BCA}$

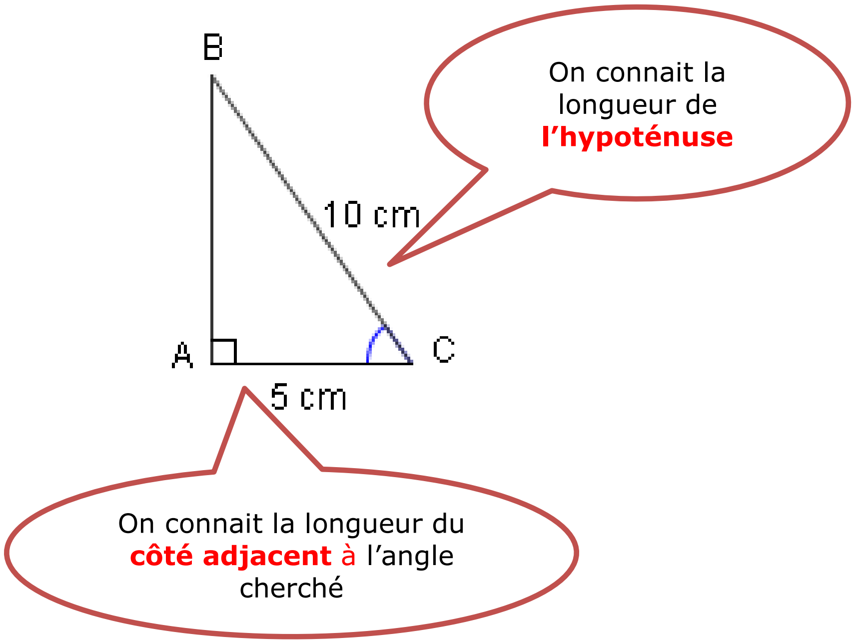


La seule formule où apparait côté opposé et hypoténuse est le sinus

Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a **:** $sin\,\widehat{BCA} = \frac{AB}{BC}$

$sin\,\widehat{BCA} = \frac{3}{6}$ = 0,5. On a donc $\widehat{\mathbf{BCA}} = \mathbf{30}\,°$

Exemple 3 : Dans le triangle ci-dessous calculer l'angle $\widehat{BCA}$



Réponse : Dans le triangle ABC rectangle en A on a **:** $cos\,\widehat{BCA} = \frac{AC}{BC}$

$cos\,\widehat{BCA} = \frac{5}{10}$ = 0,5. On a donc $\widehat{\mathbf{BCA}} = \mathbf{60}\,°$