

# Calcul littéral : Développement et réduction d'une expression. Factorisation

## I) Développement et réduction

### 1) Réduire une expression littérale :

#### a) Définition

Réduire une expression littérale, c'est l'écrire sous la forme d'une somme algébrique avec le moins de termes possibles

#### b) Méthode pour réduire une expression

|                   | Réduire une expression sans parenthèse  | Réduire une expression avec parenthèses :   |
|-------------------|---|---|
| <b>Méthodes :</b> | <p>Pour réduire une expression sans parenthèse on <b>rassemble</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• les termes constants puis</li> <li>• les termes en <math>x</math> puis les termes en <math>x^2</math> puis</li> <li>• les termes en <math>x^3</math>...</li> </ul> <p>Et on calcule chaque terme séparément.</p>  | <p><b>Règle de calcul 1 :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Quand les parenthèses sont précédées du signe <b>+</b>, on supprime les parenthèses en conservant les signes à l'intérieur de la parenthèse</li> </ul> <p><b>Règle de calcul 2 :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Quand les parenthèses sont précédées du signe <b>-</b>, on supprime les parenthèses en changeant tous les signes à l'intérieur de la parenthèse</li> </ul> |
| <b>Exemples :</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Réduire <math>A = 8x - 4x</math><br/><math>A = 8x - 4x = (8 - 4)x = 4x</math></li> <li>• Réduire <math>B = 9x^2 - 11x^2</math><br/><math>B = 9x^2 - 11x^2 = -2x^2</math></li> <li>• Réduire <math>C = 9x^2 + 7x - 3 - 5x^2 + 9x + 4</math><br/> <math display="block">C = \underbrace{9x^2 - 5x^2} + \underbrace{7x + 9x} - \underbrace{3 + 4}</math> <math display="block">C = 4x^2 + 16x + 1</math> <math display="block">\mathbf{C = 4x^2 + 16x + 1}</math> </li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>-(8x + 2) = -8x - 2</math></li> <li>• <math>-(-8x + 2) = 8x - 2</math></li> <li>• <math>-(7x - 4) = -7x + 4</math></li> <li>• <math>-(-7x - 4) = 7x + 4</math></li> <li>• <math>3 - (5x + 2) = 3 - 5x - 2 = -5x + 3 - 2 = -5x + 1</math></li> <li>• <math>7x + 4 - (3x - 2) = 7x + 4 - 3x + 2 = 7x - 3x + 4 + 2 = 4x + 6</math></li> </ul>   |

## 2) Développer une expression littérale

### a) définition :

**Développer** une expression c'est transformer cette expression en somme algébrique.

On utilise pour cela les formules de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

### b) distributivité simple

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

#### **Exemple :**

Développer les expressions suivantes :

$$a) A = 7(x - 3) = 7x - 7 \times 3 = 7x - 21$$

$$b) B = 4(8x - 5) = 4 \times 8x - 4 \times 5 = 32x - 20$$

### c) double distributivité

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

#### **Exemple 1**

Développer et réduire si possible  $A = (3x - 5)(2x + 4)$

#### **Méthode :**

##### **1) On développe en utilisant la distributivité :**

$$A = 3x \times 2x + 3x \times 4 - 5 \times 2x - 5 \times 4$$

$$A = 6x^2 + 12x - 10x - 20$$

##### **2) On regroupe les termes :**

$$A = 6x^2 + 2x - 20$$

### Exemple 2 :

Développer et réduire si possible :  $B = 5x(3x - 5) + 4(-4x + 2) + (3x + 1)(7x - 9)$

#### Méthode :

##### 1) On développe en utilisant la distributivité

$$B = \underbrace{5x(3x - 5)} + \underbrace{4(-4x + 2)} + \underbrace{(3x + 1)(7x - 9)}$$
$$B = 5x \times 3x - 5x \times 5 + 4 \times (-4x) + 4 \times 2 + 3x \times 7x - 3x \times 9 + 7x - 9$$
$$B = 15x^2 - 25x - 16x + 8 + 21x^2 - 27x + 7x - 9$$

##### 2) On regroupe les termes

$$B = 15x^2 + 21x^2 - 25x - 16x - 27x + 7x + 8 - 9$$

##### 3) On réduit les sommes :

$$B = \underbrace{15x^2 + 21x^2} - \underbrace{25x - 16x - 27x + 7x} + \underbrace{8 - 9}$$
$$B = 36x^2 - 61x - 1$$
$$B = 36x^2 - 61x - 1$$

**Exemple 3 :** Développer et réduire si possible :  $C = (3x - 5)(-4x + 2) + (3x + 1)(7x - 9)$

$$C = (3x - 5)(-4x + 2) + (3x + 1)(7x - 9)$$
$$C = \underbrace{(3x \times (-4x) + 3x \times 2 - 5 \times (-4x) - 5 \times 2)} + \underbrace{(3x \times 7x + 3x \times (-9) + 1 \times 7x + 1 \times (-9))}$$
$$C = (-12x^2 + 6x + 20x - 10) + (21x^2 - 27x + 7x - 9)$$
$$C = -12x^2 + 26x - 10 + 21x^2 - 20x - 9$$
$$C = \underbrace{-12x^2 + 21x^2} + \underbrace{26x - 20x} - \underbrace{10 - 9}$$
$$C = 9x^2 + 6x - 19$$

On réduit les expressions à l'intérieur de chaque parenthèse  
Comme il y a un signe + entre les parenthèses, les signes ne changent pas.

**Exemple 4 :** Développer et réduire si possible :  $D = (3x - 5)(-4x + 2) - (3x + 1)(7x - 9)$

$$C = (3x - 5)(-4x + 2) - (3x + 1)(7x - 9)$$
$$C = \underbrace{(3x \times (-4x) + 3x \times 2 - 5 \times (-4x) - 5 \times 2)} - \underbrace{(3x \times 7x + 3x \times (-9) + 1 \times 7x + 1 \times (-9))}$$
$$C = (-12x^2 + 6x + 20x - 10) - (21x^2 - 27x + 7x - 9)$$
$$C = -12x^2 + 26x - 10 - 21x^2 + 20x + 9$$
$$C = \underbrace{-12x^2 - 21x^2} + \underbrace{26x + 20x} - \underbrace{10 + 9}$$
$$C = -33x^2 + 46x - 1$$

On réduit les expressions à l'intérieur de chaque parenthèse  
Comme il y a un signe - devant les parenthèses de la 2<sup>ème</sup> expression, tous les signes à l'intérieur de ces parenthèses sont changés.

## II) Factoriser une expression

### 1) Définition :

**Factoriser une somme ou une différence revient à transformer cette somme ou cette différence en un produit**

### 2) Formules

#### a) distributivité simple :

$$k(a+b) = ka + kb$$
$$k(a-b) = ka - kb$$

**Exemple :**

**Exemple 1 :** Factoriser la somme  $16x + 5x$

On utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition :

$$16x + 5x = x(16 + 5) = 21x \qquad 21x \text{ est un produit}$$

**Exemple 2 :** Factoriser la différence  $21x - 14$

On utilise la distributivité de la multiplication par rapport à la soustraction :  
(on remarque que 21 et 14 sont deux multiples de 7)

$$21x - 14 = 7 \times 3x - 7 \times 2 = 7(3x - 2) \qquad 7(3x - 2) \text{ est un produit}$$

#### b) Méthode pour factoriser avec un facteur commun

**Exemples et Méthode :**

Factoriser les expressions A, B et C :

$$A = 5x + 9x = x(5 + 9) = 14x$$

On remarque que  $x$  est le facteur commun, on utilise la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition

$$B = (2x - 9)^2 + (2x - 9)(2x - 8) =$$
$$B = (2x - 9)(2x - 9) + (2x - 9)(2x - 8)$$

On remarque que  $2x - 9$  est le facteur commun

$$B = (2x - 9)[(2x - 9) + (2x - 8)] =$$
$$B = (2x - 9)(2x - 9 + 2x - 8) =$$

On réduit le deuxième facteur

$$B = (2x - 9)(4x - 17)$$

$$C = (5x + 2)(3x - 2) - (5x + 2)(7x + 9) = \\ (5x + 2)[(3x - 2) - (7x + 9)]$$

On remarque que  $5x + 2$   
est le facteur commun

**Attention** il y a un signe - devant la  
parenthèse : Il faut penser à changer  
les signes à l'intérieur des  
parenthèses

$$C = (5x + 2)(3x - 2 - 7x - 9) = \\ (5x + 2)(-4x - 11)$$

On réduit le deuxième facteur