

# Puissances d'exposant entier relatif

## I) Définitions

Puissance d'exposant positif	Puissance d'exposant négatif
<p>Le nombre <math>a</math> est un nombre relatif et le nombre <math>n</math> est un entier supérieur ou égal à 1</p> <p><math>a^n = \underbrace{a \times a \times a \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}</math> <math>a^n</math> se lit « <math>a</math> exposant <math>n</math> ».</p> <p><math>a^1 = a</math></p> <p><math>a^0 = 1</math> pour <math>a \neq 0</math></p> <p>Les cas particuliers sont :</p> <p><math>a^2</math> se lit « <math>a</math> au carré » <math>a^2 = a \times a</math></p> <p><math>a^3</math> se lit « <math>a</math> au cube » <math>a^3 = a \times a \times a</math></p>	<p>Le nombre <math>a</math> est un entier relatif différent de 0 et le nombre <math>n</math> est un entier supérieur ou égal à 1 :</p> <p>L'inverse de <math>a^n</math> se note <math>a^{-n}</math> et on a :</p> <p><math>a^{-n} = \frac{1}{a^n}</math>    <math>a^{-1} = \frac{1}{a}</math>    <math>a^{-2} = \frac{1}{a^2}</math></p>
<p><b>Exemples :</b></p> <p><math>2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32</math></p> <p><math>2000^1 = 2000</math></p> <p><math>19999^0 = 1</math></p> <p><math>(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125</math></p> <p><math>(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25</math></p>	<p><b>Exemples :</b></p> <p><math>2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8} = 0,125</math></p> <p><math>3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}</math></p> <p><math>(-5)^{-4} = \frac{1}{(-5)^4} = \frac{1}{(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)} = \frac{1}{625} = 0,0016</math></p>

## II) Les puissances de 10

Puissance d'exposant positif	Puissance d'exposant négatif
<p>Quel que soit l'entier positif <math>n</math> supérieur ou égal à 1 :</p> <p><math>10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{100 \dots 0}_{n \text{ zéros}}</math></p> <p>et <math>10^0 = 1</math></p>	<p><math>10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0\dots\dots 01}_{n \text{ zéros}}</math></p>
<p><b>Exemples :</b></p> <p><math>10^3 = \underbrace{1000}_{3 \text{ zéros}}</math>                      <math>10^0 = 1</math></p>	<p><b>Exemples :</b></p> <p><math>10^{-4} = \underbrace{0,0001}_{4 \text{ zéros}}</math>                      <math>10^{-1} = \underbrace{0,1}_{1 \text{ zéro}}</math></p>

## III) Propriétés

### 1) Formules

(Une explication des formules est donnée dans les cours de 4<sup>e</sup>)

**Les nombre  $a, b, m$  et  $n$  sont des entiers relatifs :**

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$  ( $a \neq 0$ )
- $a^m \times b^m = (a \times b)^m$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$

### 2) Exemples :

**Exemple 1 :** Ecrire A sous la forme d'une seule puissance de 5

$$A = 5^2 \times 5^4$$

$$A = 5^{2+4}$$

$$\text{Donc } A = 5^6$$

**Exemple 2 :** Ecrire A sous la forme d'une seule puissance de 5

$$A = \frac{5^6}{5^2}$$

$$A = 5^{6-2}$$

$$\text{Donc } A = 5^4$$

**Exemple 3 :** Ecrire B sous la forme d'une seule puissance de 3

$$A = \frac{3^4}{3^7}$$

$$A = 3^{4-7}$$

$$A = 3^{-3}$$

**Exemple 4 :** Ecrire A sous la forme  $a^n$ , où  $a$  est un nombre relatif et  $n$  un entier relatif

$$A = 5^3 \times 2^3$$

$$A = (5 \times 2)^3$$

$$A = 10^3$$

**Exemple 5 :** Ecrire A sous la forme  $a^n$ , où  $a$  est un nombre relatif et  $n$  un entier relatif

$$A = (5^4)^3$$

$$A = 5^{4 \times 3}$$

$$A = 5^{12}$$

## IV) Notation scientifique

### 1) Définition :

Un nombre positif est écrit en notation scientifique quand il est écrit sous la forme :  $a \times 10^n$  où :

- $a$  est un nombre décimal tel que  $1 \leq a < 10$  et
- $n$  est un entier relatif

### 2) Exemples :

- $7,45 \times 10^4$  et  $1,02 \times 10^{-5}$  sont des écritures scientifiques.
- Par contre  $0,4 \times 10^{-5}$  et  $11,3 \times 10^{-8}$  ne sont pas des écritures scientifiques, **pour les mettre sous la forme d'une écriture scientifique, il suffit de décaler la virgule pour que le nombre devant la puissance de 10 soit compris entre 1 et 10 :**

$0,4 \times 10^{-5} = 0,4 \times 0,00001 = 0,0000004 = 4 \times 10^{-6}$  et  $4 \times 10^{-6}$  est une écriture scientifique.

$11,3 \times 10^{-8} = 11,3 \times 0,00000001 = 0,000000113 = 1,13 \times 10^{-7}$

**Remarque 1 :** On peut obtenir la notation scientifique d'un nombre décimal différent de zéro en utilisant la calculatrice

**Remarque 2 :** On utilise l'écriture scientifique dans de nombreux domaines : Dans les sciences physiques, en astronomie, en S.V.T....

## V) Du Nano au Téra

### 1) Définition :

nano (noté : n)	$10^{-9}$
micro (noté $\mu$ )	$10^{-6}$
milli (noté m)	$10^{-3}$
centi (noté c)	$10^{-2}$
Déci (noté d)	$10^{-1}$

Déca (noté da)	$10^1$
hecto (noté h)	$10^2$
kilo (noté k)	$10^3$
méga (noté M)	$10^6$
giga (noté G)	$10^9$
Téra (noté T)	$10^{12}$

### 2) Exemples

#### a) Vers des échelles microscopiques

- $10^{-2} m = 1 cm$  : **Le morceau de sucre**
- $10^{-3} m = 1 mm$  : **Les fourmis** (selon l'espèce auxquelles elles appartiennent leur taille varie entre 1 à 3 millimètres pour les petites et jusqu'à 30 mm pour les espèces de grande taille que l'on peut trouver au Brésil par exemple.)
- $10^{-4} m = 0,1 mm$  : **Les acariens**
- $10^{-6} m = 1 \mu m$  : **Les cellules** (qui peuvent varier d'environ  $20 \mu m$  (cellules animales) à  $100 \mu m$  (cellules végétales))

- $10^{-9} m = 1 nm$  : **Les molécules d'ADN**. L'ADN (Acide Désoxyribonucléique) est une molécule support de l'information génétique héréditaire. Le diamètre de la molécule d'ADN est de 2 nm.
- $10^{-10} m$  est la taille d'un **atome**

### **b) Vers des échelles macroscopiques**

- $10^3 m = 1 km$  : **L'altitude du mont blanc** qui est d'environ 4809 mètres (4,809 km) est le plus haut sommet d'Europe occidentale
- $10^7 m = 10 mégamètres$  : **Le diamètre** approximatif de la **terre** est de 12 742 km, soit ( $1,2742 \times 10^7 m$ )
- $10^8 m = 100 Mégamètres$  : **Le diamètre** approximatif de **Jupiter** est 139 822 km, ou ( $1,39822 \times 10^8 m = 139,822 Mm$ )
- $10^9 m = 10^9 m = 1 gigamètre$  : **Le diamètre** approximatif du **soleil** est environ de 1 391 400 km, ou encore 1,3914 milliards de mètres (1,3914