

Agrandissement. Réduction.

I) Agrandissement et Réduction d'une figure

1) Définition :

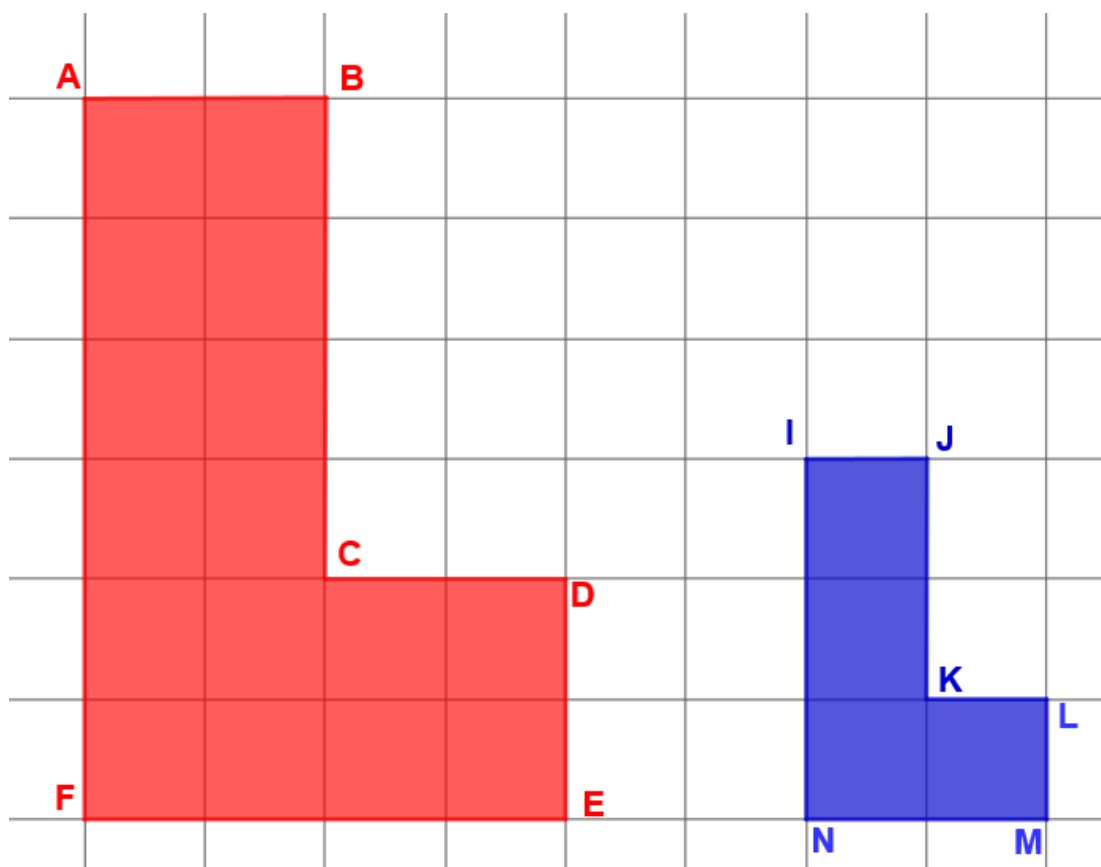
Lorsque toutes les longueurs d'une figure \mathcal{F} sont multipliées par un même nombre k on obtient une autre figure \mathcal{F}' qui est :

- Une réduction de la figure \mathcal{F} si : $0 < k < 1$
- Un agrandissement de la figure \mathcal{F} si : $k > 1$

k est le facteur d'agrandissement ou de réduction

2) Exemples :

Exemple 1 :



$$\frac{IN}{AF} = \frac{3}{6} = 0,5. \text{ et}$$

$$IJ = AB \times 0,5 = 2 \times 0,5 = 1 \text{ carreau}$$

$$JK = BC \times 0,5 = 4 \times 0,5 = 2 \text{ carreaux}$$

$$LM = DE \times 0,5 = 2 \times 0,5 = 1 \text{ carreau}$$

$$MN = FE \times 0,5 = 4 \times 0,5 = 2 \text{ carreaux}$$

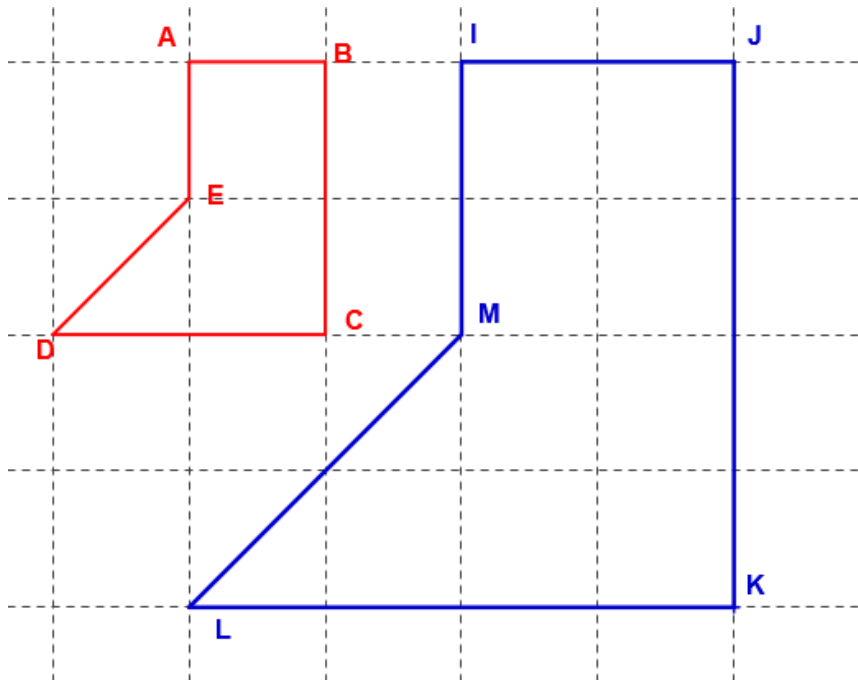
$$IN = AF \times 0,5 = 6 \times 0,5 = 3 \text{ carreaux}$$

$$LK = CD \times 0,5 = 2 \times 0,5 = 1 \text{ carreau}$$

Comme $0,5 < 1$, La figure bleue IJKLMN est donc une réduction de la figure rouge ABCDEF.
Pour obtenir les longueurs de la figure bleue on a multiplié celle de la rouge par 0,5.

0,5 est le facteur de réduction.

Exemple 2 :



$$\frac{IM}{AE} = \frac{2}{1} = 2. \text{ et}$$

$$IJ = AB \times 2 = 1 \times 2 = 2 \text{ carreaux}$$

$$JK = BC \times 2 = 2 \times 2 = 4 \text{ carreaux}$$

$$LK = CD \times 0,5 = 2 \times 2 = 2 \text{ carreau ...}$$

Comme $2 > 1$, La figure bleue IJKLM est donc un agrandissement de la figure rouge ABCDE. Pour obtenir les longueurs de la figure bleue on a multiplié celle de la rouge par 2.

2 est le facteur d'agrandissement.

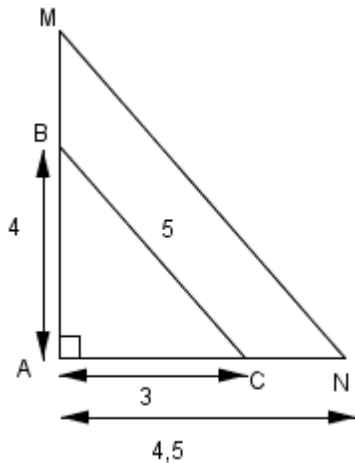
III) Effet sur les périmètres, aires et volumes

1) Propriétés sur les périmètres et volumes

Si \mathcal{F}' est une réduction ou un agrandissement de facteur k d'une figure \mathcal{F} alors :

- **Le périmètre de la figure \mathcal{F}' obtenue est égal au produit du périmètre de la figure \mathcal{F} par le facteur k**
- **L'aire de la figure \mathcal{F}' obtenue est égal au produit de l'aire de la figure \mathcal{F} par le facteur k^2**

Exemple :



Le triangle AMN est un agrandissement du triangle ABC

- 1) Quel est le facteur d'agrandissement ?
- 2) Quel est le périmètre et l'aire du triangle ABC ?
- 3) En déduire le périmètre et l'aire du triangle AMN.

Réponse :

$$1) \frac{AN}{AC} = \frac{4,5}{3} = 1,5.$$

Le facteur d'agrandissement est 1,5.

2) Périmètre du triangle ABC :

$$p = AB + AC + BC = 3 + 4 + 5 = 12 \text{ cm.}$$

Le périmètre du triangle ABC est 12 cm

$$\text{Aire du triangle ABC : } A = \frac{3 \times 4}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

L'aire du triangle ABC est de 6 cm²

3) Le triangle AMN est un agrandissement du triangle ABC dont **le facteur est 1,5.**

Le périmètre du triangle AMN est donc le produit du périmètre du triangle ABC par 1,5

$P = 12 \times 1,5 = 18 \text{ cm}$ **Le périmètre du triangle AMN est 18cm**

L'aire du triangle AMN est donc le produit de l'aire du triangle ABC par 1,5²

$P = 6 \times 1,5^2 = 6 \times 2,25 = 13,5 \text{ cm}^2$ **L'aire du triangle AMN est 13,5 cm²**

2) Propriété sur les volumes

Si S' est une réduction ou un agrandissement de facteur k d'un solide S alors :

Le volume du solide S' obtenu est égal au produit du volume du solide S par le facteur k^3

Exemple :

On considère un cube C d'arête 3 cm.

- 1) Quel est le volume de ce cube
- 2) On multiplie toutes les arêtes de ce cube par 2. On obtient le cube C' . Quel est son volume ?

Réponse :

$$1) V = 3^3 = 27 \text{ cm}^3$$

Le volume du cube C est de 27 cm³

2) Le cube C' est un agrandissement du cube C de rapport 2. **Son volume est donc multiplié 2³ c'est-à-dire par 8**

$$V' = 2^3 \times 27 = 8 \times 27 = 216 \text{ cm}^3$$

Le volume du cube C' est de 216 cm³