Fonctions affines et linéaires

I) Définitions et exemples

1) Définitions

• **Soit a et b deux nombres connus et fixés.**
Une fonction affine est une fonction de la forme :
$f(x) = ax + b$ **ou** $f : x \mapsto ax + b$

• **Si $b = 0$ alors $f(x) = ax$ dans ce cas f est une fonction linéaire**

• **Si $a = 0$ alors $f(x) = b$ dans ce cas f est une fonction constante**

2) Exemples

$f(x) = 3x - 2$; $f(x) = 7x + 3$; $f(x) = -2x + 4$; $f(x) = -3x - 5$ sont des fonctions affines.
$f(x) = 3x$; $f(x) = -7x$ sont des fonctions linéaires.
$f(x) = 3$; $f(x) = -7$ sont des fonctions constantes

II) Représentations graphiques

1) Représentation graphique des fonctions affines

Propriété :

Soit a et b deux nombres fixés.
La représentation graphique de la fonction affine $f : x \mapsto ax + b$
est la droite d'équation $y = ax + b$

a) Coefficients directeur

a est le coefficient directeur de la droite d'équation $y = ax + b$

Deux droites de même coefficient directeur sont parallèles.

b) Ordonnée à l'origine

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = ax + b$

Pour $x = 0$ on a $f(0) = a \times 0 + b = b$

A l'origine des abscisses (quand $x = 0$), l'ordonné prend la valeur b ($y = b$)

Donc b est appelé ordonnée à l'origine et la représentation graphique de f passe par le point $(0 ; b)$

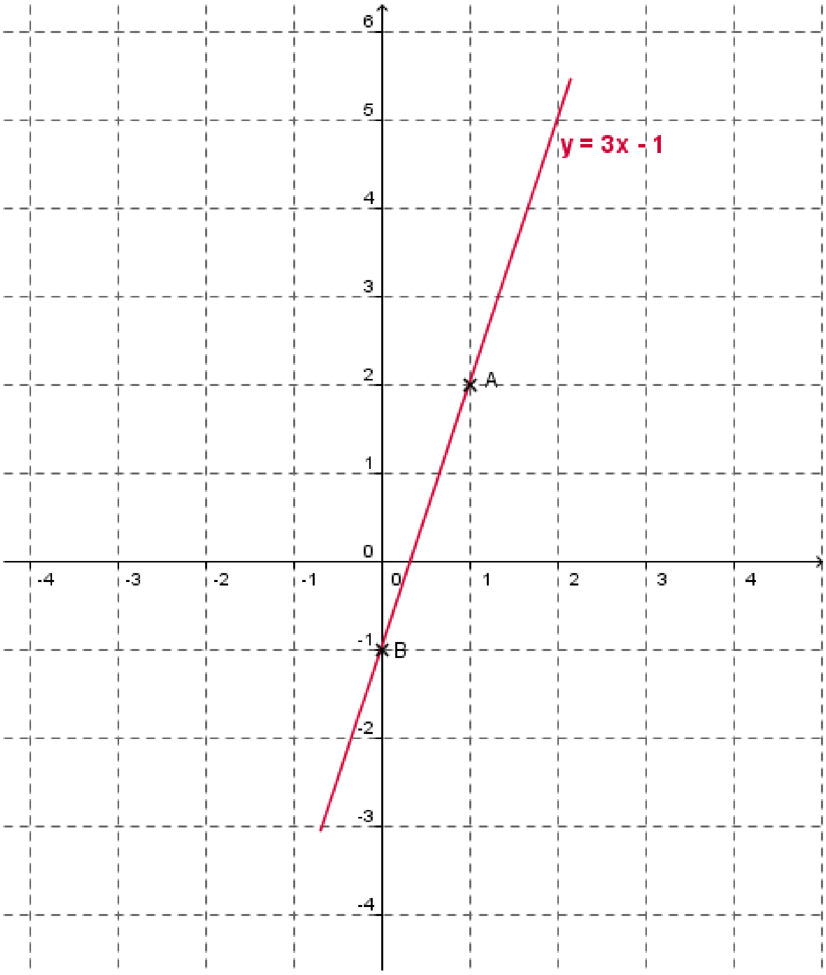
c) Représentation graphique

Exemple 1 :
Traçons la représentation graphique de la fonction affine $f(x) = 3x - 1$.

Pour cela on prend **deux valeurs différentes de** $\boldsymbol{x}$ et on calcule leurs images respectives.

$\boldsymbol{f(0) = -1}$ et $f(1) = 3 \times 1 - 1 = 3 - 1 = 2$ donc $\boldsymbol{f(1) = 2}$

La représentation graphique de la fonction affine f est la droite d'équation $y = 3x - 1$ qui passe par les points A (1 ; 2) et B (0 ; -1).



Exemple 2 : Traçons les représentations graphiques des fonctions affines f et g définies ci-dessous :

$f(x) = 2x - 1$ et $g(x) = 2x + 2$

Pour cela on prend **deux valeurs différentes de x pour chaque fonction** et on calcule leurs images respectives.

Pour la fonction $\boldsymbol{f}$: $f(x) = 2x - 1$

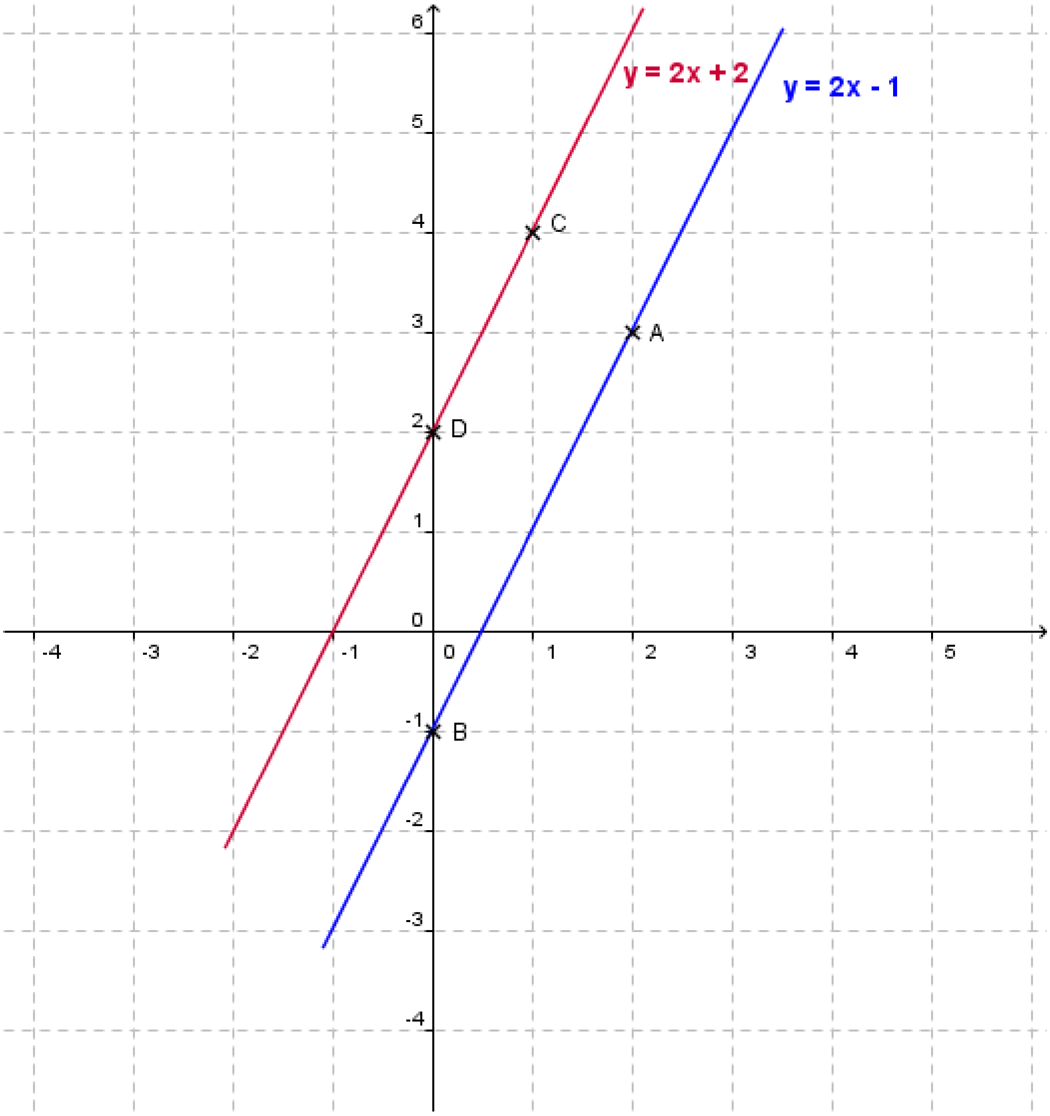
$\boldsymbol{f(0) = -1}$ et $f(2) = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$ donc $\boldsymbol{f(2) = 3}$

La représentation graphique de la fonction affine f est la droite d'équation $y = 2x - 1$ qui passe par les points A (2 ; 3) et B (0 ; -1).

Pour la fonction $\boldsymbol{g}$: $g(x) = 2x + 2$**:**

$\boldsymbol{g(0) = 2}$ et $g(1) = 2 \times 1 + 2 = 2 + 2 = 4$ donc $\boldsymbol{g(1) = 4}$

La représentation graphique de la fonction affine g est la droite d'équation $y = 2x + 2$ qui passe par les points C (1 ; 4) et D (0 ; 2).



Remarque :

Les deux droites ci-dessus sont parallèles car elles ont le même coefficient directeur : **2**

2) Représentation graphique des fonctions linéaires

a) Propriété :

Soit a un nombre fixé, la représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \mapsto ax$ est la droite d'équation $y = ax$

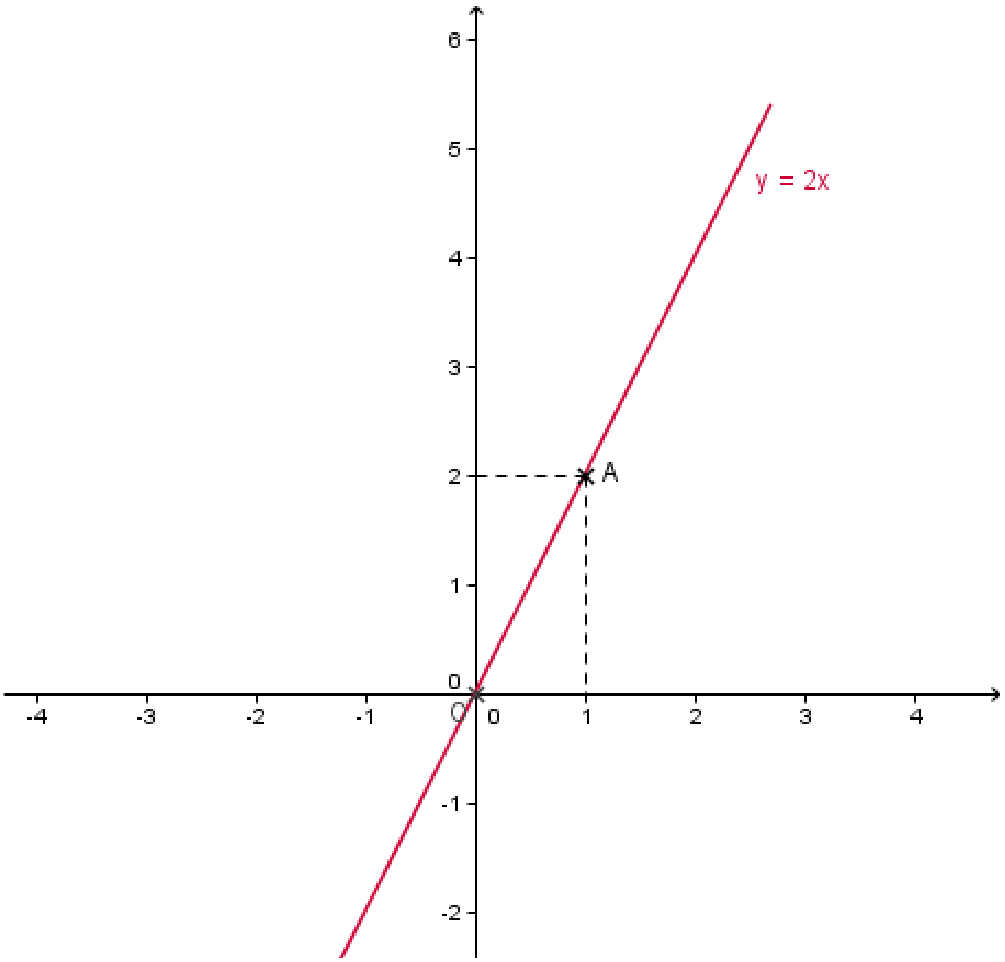
Cette droite passe par l'origine du repère, et a est le coefficient directeur de cette droite.

b) Exemple

Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire f : $x \mapsto 2x$

● Si $x = 1$ alors $f(1) = 2$

La représentation graphique de la fonction linéaire *f* est une droite qui passe par l'origine O du repère et par le point (1 ,2) que l'on nommera A



3) Représentation graphique des fonctions constantes

a) Propriété

Soit a un nombre fixé, la représentation graphique de la fonction constante $f : x \mapsto a$ est la droite d'équation $y = a$

Cette droite est parallèle à l'axe des abscisses

b) Exemple

Tracer la droite d'équation $y = 2$