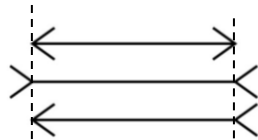


Initiation à la démonstration. Outils pour la géométrie.

I) Définition d'une démonstration (ou preuve) en géométrie

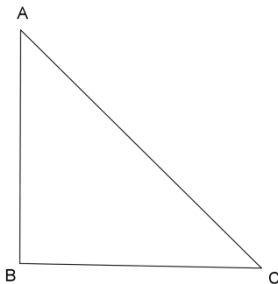
- Une démonstration (ou preuve) en géométrie est un raisonnement logique, dont les seuls outils, nous permettant de passer de l'énoncé au résultat, sont : les définitions, les propriétés, les théorèmes, les formules... L'objectif est d'arriver à une conclusion incontestable.
- Nous faisons une démonstration lorsqu'il nous ait demandé de : « Prouver que ... » ou « Justifier que ... » ou « Expliquer pourquoi ... » .
- Nous ne pouvons pas nous contenter de dire : « Mais je le vois sur la figure » car notre œil n'est pas assez précis et peu parfois nous tromper !!!!!

- Prenons par exemple ces trois figures ci-dessous :



C'est une célèbre illusion d'optique de F.C. Müller-Lyer. Les segments ont la même longueur sur les trois images et pourtant celui du haut semble avoir la plus petite longueur. Ceci est dû à l'orientation des flèches qui modifie notre perception des longueurs des segments.

- Prenons un autre exemple : en regardant la figure ci-dessous, le triangle vous paraît-il rectangle ?

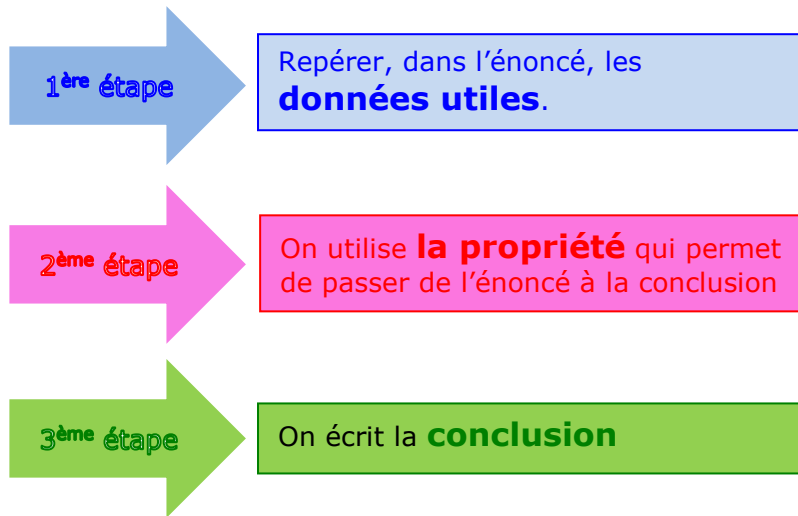


Nous avons l'impression qu'il est rectangle en B et pourtant il ne l'est pas : l'angle \widehat{ABC} mesure exactement 91° .

L'objectif de la démonstration est d'expliquer notre résultat, en étant certain, de notre conclusion.

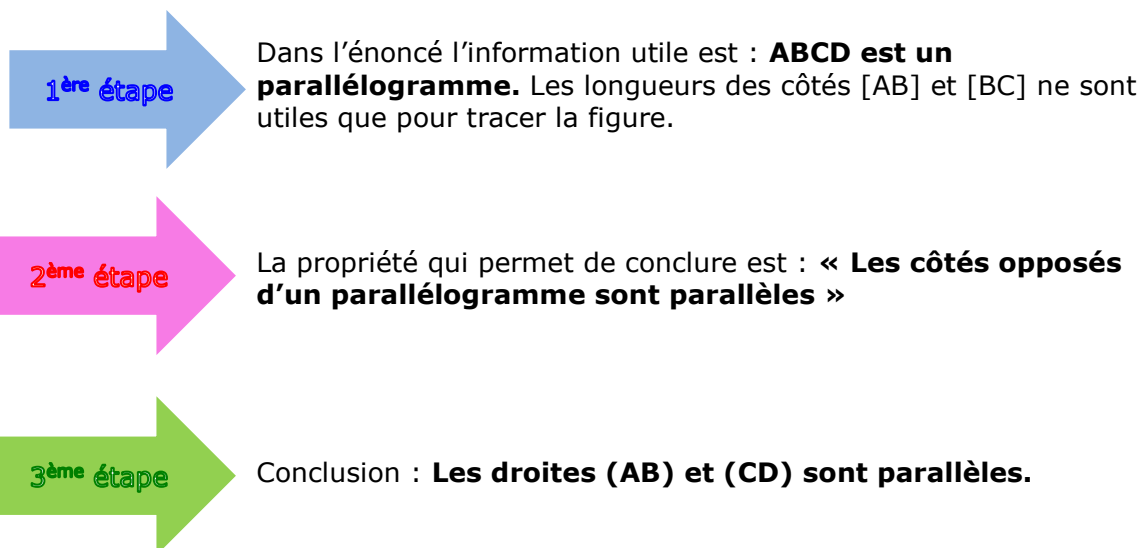
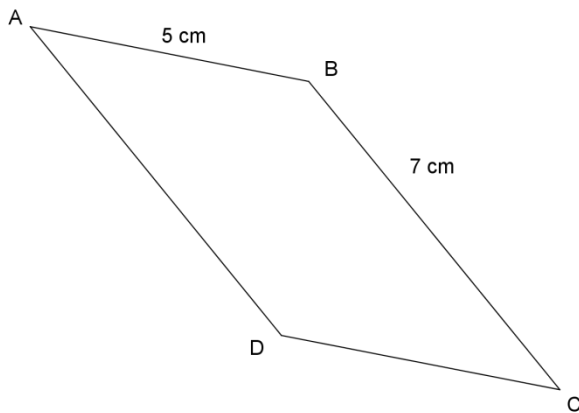
II) Méthode pour démontrer :

En géométrie les démonstrations se font en 3 étapes :



III) Exemple de démonstration à un pas

Exemple : ABCD est un parallélogramme. Prouver que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



Remarques :

- Dans la première étape, il est important de bien identifier la situation **en observant attentivement la figure ainsi que son codage** s'il y en a. Dans le cas contraire, faire une figure pour mieux repérer les informations utiles
- Comme nous l'avons déjà vu, , la deuxième étape doit faire le lien entre les données utiles et la conclusion. Il faut la formuler de façon **très rigoureuse** avec des termes précis ; comme par exemple : « **si ... alors ...** » ,
Lorsqu'il s'agit de faire appel à des théorèmes connus, , nous mentionnerons leurs noms, comme par exemple : « **Le théorème de Pythagore nous permet d'écrire...** », « **D'après le théorème de Thalès : ...** » ...
- comme nous l'avons déjà expliqué précédemment, dans une démonstration, nous ne pouvons pas dire : « je vois sur la figure que... » ou bien « j'ai vérifié avec mon compas (ou avec la règle) que ... » car ce vocabulaire est du **domaine de l'observation**.

IV) Comment bien rédiger sa démonstration :

Reprenons l'exemple précédent :

Maintenant que nous avons identifié les trois étapes qui nous permettent de démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles, nous allons rédiger correctement notre réponse :

- **On sait que** le quadrilatère ABCD est un parallélogramme
- **Or**, les parallélogrammes ont les côtés opposés parallèles.
- **Donc** : les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

V) Propriétés importantes (rappel)

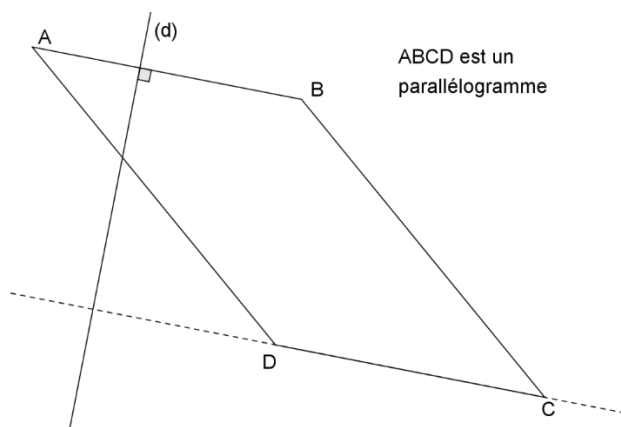
Angles	<ul style="list-style-type: none"> • Si deux droites, coupées par une sécante, sont parallèles alors elles forment des angles alternes internes de même mesure.
	<ul style="list-style-type: none"> • Si deux droites, coupées par une sécante, sont parallèles alors elles forment des angles correspondants de même mesure.
	<ul style="list-style-type: none"> • Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles alternes internes de même mesure alors elles sont parallèles.
	<ul style="list-style-type: none"> • Si deux droites coupées par une sécante forment deux angles correspondants de même mesure alors elles sont parallèles.
Triangles	<ul style="list-style-type: none"> • La somme des mesures des angles dans un triangle est égale à 180°.
	<ul style="list-style-type: none"> • Les angles d'un triangle équilatéral ont tous la même mesure. Les trois angles d'un triangle équilatéral mesurent 60°.
	<ul style="list-style-type: none"> • Dans un triangle isocèle les deux angles à la base ont la même mesure.
Droites	<ul style="list-style-type: none"> • Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles.
	<ul style="list-style-type: none"> • Si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
	<ul style="list-style-type: none"> • Si deux droites sont parallèles à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.
Parallélogrammes Propriétés	<ul style="list-style-type: none"> • Un parallélogramme est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles.
	<ul style="list-style-type: none"> • Si un quadrilatère est un parallélogramme alors il a un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales.
	<ul style="list-style-type: none"> • Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales ont le même milieu.
	<ul style="list-style-type: none"> • Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés ont la même longueur.

Reconnaitre les parallélogrammes (propriétés réciproques)

- Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles, alors c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère a les côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère a les diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

VI) Exemple de démonstration à deux pas

Exemple : Montrer que les droites (d) et (CD) sont perpendiculaires.



• **On sait que** ABCD est un parallélogramme,
Or un parallélogramme a ses côtés opposés parallèles
Donc : (AB) et (CD) sont parallèles

1^{er} pas avec une conclusion partielle

• **On sait** maintenant (puisque nous venons de le montrer) **que** les droites (AB) et (CD) sont parallèles et que la droite (d) est perpendiculaire à la droite (AB) d'après le codage de la figure
Or, si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

2^{ème} pas

Donc : les droites (CD) et (d) sont perpendiculaires.