

# Equations du premier degré à une inconnue

## I) Tester si une égalité est vraie ou fausse

### 1) Exemple 1 et méthode

L'égalité  $7x + 8 = 12x - 4$  est -elle vraie pour  $x = 6$  ?

#### Méthode :

1) On remplace  $x$  par **6** dans l'expression située à gauche de l'égalité :

$$7 \times 6 + 8 = 42 + 8 = 50$$

2) Puis on remplace  $x$  par **6** dans l'expression située à droite de l'égalité :

$$12 \times 6 - 4 = 72 - 4 = 68$$

3) On compare les deux résultats obtenus

Les deux résultats obtenus **sont différents** donc l'égalité  $7x + 8 = 12x - 4$  est **fausse** pour  $x = 6$

### 2) Exemple 2 et méthode

L'égalité  $9x + 8 = 7x + 10$  est-elle vraie pour  $x = 1$  ?

#### Méthode :

1) On remplace  $x$  par **1** dans l'expression située à gauche de l'égalité :

$$9 \times 1 + 8 = 9 + 8 = 17$$

2) Puis on remplace  $x$  par **1** dans l'expression située à droite de l'égalité :

$$7 \times 1 + 10 = 7 + 10 = 17$$

3) On compare les deux résultats obtenus

Les deux résultats obtenus sont **égaux** donc l'égalité :

$$9x + 8 = 7x + 10 \text{ est } \mathbf{vraie} \text{ pour } x = 1.$$

**On dit que 1 est solution de l'équation :  $9x + 8 = 7x + 10$**

## II) Résolution d'équations

### 1) définitions

#### Définition 1 :

**Une équation du premier degré à une inconnue est une égalité comprenant un nombre inconnu désigné par une lettre.**

### Exemple :

L'égalité :  $3x + 2 = 7x + 1$  est une équation du premier degré à une inconnue.  
Le nombre inconnu est désigné par la lettre  $x$

### Définition 2 :

**Résoudre une équation dont l'inconnue est le nombre  $x$  c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre  $x$  qui vérifient l'égalité.  
Chaque valeur de  $x$  est une solution de cette équation.**

**Exemple :** Résoudre l'équation  $x - 2 = 7$

Comme  $9 - 2 = 7$  La valeur de  $x$  qui vérifie l'égalité est 9.

L'équation  $x - 2 = 7$  a une solution qui est 9

## 2) Règles :

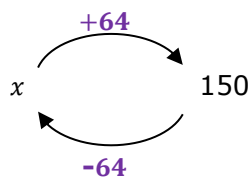
**Si on ajoute ou retranche un même nombre aux deux membres d'une égalité  
Si on multiplie ou divise un même nombre aux deux membres d'une égalité :  
On ne change pas les solutions de l'équation**

## 3) Résolutions des équations de base :

### a) Equation du type $x + a = b$

**Exemple :** Résoudre l'équation  $x + 64 = 150$

**Méthode 1 : (méthode intuitive)**



$$x = 150 - 64 = 86$$

**La solution de l'équation est  
86**

**Méthode 2 :**

$$x + 64 - 64 = 150 - 64$$

(Il faut **isoler le  $x$**  à gauche du signe = afin d'avoir «  $x$  = résultat » :  
Pour cela on **soustrait** 64 aux deux membres de l'égalité afin d'éliminer le +64 à gauche du signe =)

$$x = 150 - 64 = 86$$

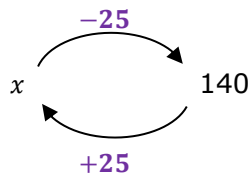
**La solution de l'équation est 86**

**On pense à vérifier son résultat en remplaçant  $x$  par la valeur trouvée :  
 $86 + 64 = 150$  . La solution trouvée vérifie bien l'égalité**

### b) Equation du type $x - a = b$

**Exemple :** Résoudre l'équation  $x - 25 = 140$

**Méthode 1 : (méthode intuitive)**



$$x = 140 + 25 = 165$$

**La solution de l'équation est 165**

**Méthode 2 :**

$$x - 25 + 25 = 140 + 25$$

(Il faut **isoler le x** à gauche du signe = afin d'avoir «  $x$  = résultat » : Pour cela on **additionne** 25 aux deux membres de l'égalité afin d'éliminer le -25 à gauche du signe =)

$$x = 140 + 25 = 165$$

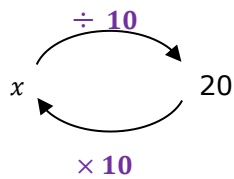
**La solution de l'équation est 165**

**On pense à vérifier son résultat en remplaçant  $x$  par la valeur trouvée :**  
 $165 - 25 = 140$ . **La solution trouvée vérifie bien l'égalité**

### c) Equation du type $\frac{x}{a} = b$

**Exemple :** Résoudre l'équation  $\frac{x}{10} = 20$

**Méthode 1 : (méthode intuitive)**



$$x = 20 \times 10 = 200$$

**La solution de l'équation est 200**

**Méthode 2 :**

$$\frac{x \times 10}{10} = 20 \times 10$$

(Il faut **isoler le x** à gauche du signe = afin d'avoir «  $x$  = résultat » : Pour cela on **multiplie par 10** les deux membres de l'égalité)

$$x = 20 \times 10 = 200$$

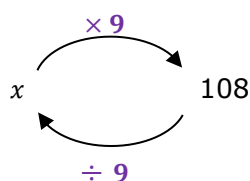
**La solution de l'équation est 200**

**On pense à vérifier son résultat en remplaçant  $x$  par la valeur trouvée :**  
 $\frac{200}{10} = 20$ . **La solution trouvée vérifie bien l'égalité**

### d) Equation du type $ax = b$

**Exemple :** Résoudre l'équation  $9x = 108$

**Méthode 1 : (méthode intuitive)**



$$x = 108 \div 9 = 12$$

**La solution de l'équation est 12**

**Méthode 2 :**

$$\frac{9x}{9} = \frac{108}{9}$$

(Il faut **isoler le x** à gauche du signe = afin d'avoir «  $x$  = résultat » : Pour cela on **divise par 9** les deux membres de l'égalité)

$$x = 108 \div 9 = 12$$

**La solution de l'équation est 12**

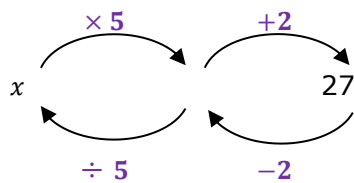
**On pense à vérifier son résultat en remplaçant  $x$  par la valeur trouvée :  $9 \times 12 = 108$ . La solution trouvée vérifie bien l'égalité**

## 4) Résolution d'équations plus complexes

### a) Equation du type : $ax + c = b$

**Exemple :** Résoudre l'équation  $5x + 2 = 27$

**Méthode 1 : (méthode intuitive)**



$27 - 2 = 25$  et  $25 \div 5 = 5$  donc  $x = 5$

**La solution de l'équation est 5**

**Méthode 2 :**

$$5x + 2 = 27$$

(Il faut **isoler le  $5x$**  à gauche du signe = ensuite on isole le  $x$ : Pour cela on **soustrait 2** aux deux membres de l'égalité puis on divise par 5 :

$$5x + 2 - 2 = 27 - 2 \text{ donc } 5x = 25 \quad \frac{5x}{5} = \frac{25}{5}$$

$$x = \frac{25}{5} = 5$$

**La solution de l'équation est 5**

**On pense à vérifier son résultat en remplaçant  $x$  par la valeur trouvée :  $5 \times 5 + 2 = 25 + 2 = 27$ . La solution trouvée vérifie bien l'égalité**

### b) Equation du type : $ax + b = cx + d$

**Exemple :** Résoudre l'équation  $6x + 8 = 4x - 15$

$$6x + 8 = 4x - 15$$

$$\text{On a : } 6x - 4x + 8 = \underbrace{4x - 4x} - 15$$

$$\text{On obtient : } 2x + 8 = 0 - 15$$

$$\text{On a alors : } 2x + 8 - 8 = -15 - 8$$

$$\text{Ce qui donne : } 2x = -23$$

$$\text{alors } \frac{2x}{2} = -\frac{23}{2}$$

$$\text{on a donc } x = -\frac{23}{2} = -11,5$$

**La solution de l'équation :  $6x + 8 = 4x - 15$  est  $-11,5$**

1) **On regroupe du même côté de l'égalité les termes en  $x$**  (en général à gauche du signe =). Pour cela on soustrait  **$4x$**  aux deux membres de l'égalité

2) On réduit l'expression

3) On regroupe les nombres constants de l'autre côté de l'égalité. Pour cela on soustrait  **$8$**  aux deux membres de l'égalité

4) On réduit l'expression

5) On divise par 2 les deux membres de l'égalité, pour isoler le nombre  $x$

6) On simplifie

7) On n'oublie pas de conclure.

### **III) Modéliser un problème pour le résoudre**

La résolution d'un problème se fait en cinq étapes :

- **Choix de l'inconnue**
- **Mise en équation du problème**
- **Résolution de l'équation**
- **Vérification du résultat**
- **Interprétation du résultat et conclusion**

**Exemple :**

Une mère de quarante-cinq ans a une fille de 13 ans.

Dans combien d'année l'âge de la fille sera la moitié de l'âge de sa mère ?

#### **1) Choix de l'inconnue :**

On commence par nommer l'inconnue que l'on cherche :

Soit  $x$  le nombre d'années cherché

#### **2) Mise en équation du problème :**

L'âge de la mère après ces  $x$  années sera de  $45 + x$

L'âge de la fille après ces  $x$  années sera de  $13 + x$

L'âge de la fille sera la moitié de celui de sa mère, l'âge de la mère sera donc le double de celui de sa fille on a donc :

$$2 \times (13 + x) = 45 + x$$

#### **3) Résolution de l'équation :**

$$2 \times (13 + x) = 45 + x$$

$$26 + 2x = 45 + x \quad (\text{On développe l'expression avant de résoudre})$$

$$2x - x = 45 - 26$$

$$x = 19$$

#### **4) Vérification du résultat :**

$$x = 19$$

Dans 19 ans

$$13 + 19 = 32$$

**L'âge de la fille sera de 32 ans,**

$$45 + 19 = 64$$

**L'âge de la mère sera de 64 ans**

L'âge de la fille sera bien la moitié de l'âge de la mère

#### **5) Conclusion, interprétation du résultat :**

**Dans 19 ans l'âge de la fille sera la moitié de celui de sa mère.**